

- 1) Esquematize graficamente e calcule a vorticidade e a divergência dos seguintes escoamentos:

(a)  $\vec{V} = (3x, 1, 0)$

(b)  $\vec{V} = (cx, 1, 0)$

Onde C é uma constante. (a) e/ou (b) são irrotacionais? São não-divergentes?

- 2) Defina vorticidade e circulação.  
 3) O componente vertical da equação da vorticidade em coordenadas cartesianas é dada por:

$$\frac{D(\zeta + f)}{Dt} = -(\zeta + f)\vec{\nabla}_H \cdot \vec{V} - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\vec{k}}{\rho^2} \cdot (\vec{\nabla} \rho \times \vec{\nabla} p) + \vec{k} \cdot (\vec{\nabla} x f_r)$$

Comente cada um dos termos.

- 4) Mostre que:

(a)  $\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \cdot \vec{\nabla} v - \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \cdot \vec{\nabla} u = \zeta \vec{\nabla}_H \cdot \vec{V} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z}$

(b)  $\frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} = \vec{k} \cdot (\vec{\nabla} \rho \times \vec{\nabla} p)$

(c)  $\vec{\nabla} \alpha \times \vec{\nabla} p = c_p \vec{\nabla} \ln \theta \times \vec{\nabla} T$

- 5) Considere um escoamento no qual  $u = kx^2$  e  $v = -ky^2$ , onde k é uma constante positiva.

(a) Para quais valores de x e y o escoamento é não divergente?

(b) Para quais valores de x e y o escoamento possui vorticidade anticiclônica?

- 6) Sabendo que a velocidade absoluta é dada por:  $\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{\Omega} \times \vec{r}$ , onde  $\vec{r}$  é o vetor posição e  $\vec{\Omega}$  a velocidade angular do sistema em rotação. Mostre que  $\zeta_a = \zeta_r + 2\vec{\Omega}$ .

- 7) Mostre que para o componente vertical:

(a) Em coordenada isobárica a equação da vorticidade torna-se:

$$\frac{D(\zeta + f)_p}{Dt} = -(\zeta + f)_p \vec{\nabla}_p \cdot \vec{V} - \left( \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} \right)_p + \vec{k} \cdot (\vec{\nabla} x f_r)_p$$

(b) Em coordenada isobárica a equação da vorticidade torna-se:

$$\frac{D(\zeta + f)_\theta}{Dt} = -(\zeta + f)_\theta \vec{\nabla}_\theta \cdot \vec{V} + \left( \frac{\partial \theta^*}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{\partial \theta^*}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \vec{k} \cdot (\vec{\nabla} x f_r)_\theta$$

- 8) Analise a conservação da vorticidade absoluta em:

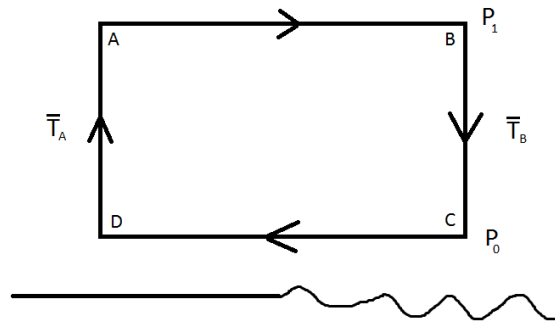
(a) Escoamento de leste

(b) Escoamento de oeste

- 9) Uma parcela de ar em 30°N se move para norte conservando a vorticidade absoluta. Se a vorticidade relativa inicial era de  $5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ , qual será sua vorticidade relativa quando alcançar 90°N?

- 10) Uma coluna de ar em 60°N de latitude com  $\zeta = 0$  inicialmente, estende-se da superfície até uma tropopausa com altura fixa de 10 km. Considere que a coluna de ar

- se move sobre uma barreira de montanha de 2,5 km de altura em  $45^\circ\text{N}$ . Qual será a vorticidade absoluta e relativa quando a coluna de ar passa pelo topo da montanha?
- 11) Calcule a taxa de mudança da circulação sobre um quadrado de lado 1000 km no plano xy quando a temperatura aumenta para leste a uma taxa de  $1^\circ\text{C}/200\text{km}$  e a pressão aumenta para o norte a uma taxa de  $1\text{mb}/200\text{km}$ .
- 12) Considere um esquema bastante simplificado de brisa marítima da figura.



Lembrando que  $\bar{T}$  é a temperatura média na coluna.

Despreze o atrito e calcule a circulação no contorno ABCD.

- 13) Calcule a circulação em torno de um elemento retangular no plano x,y com área  $\Delta x\Delta y$  para mostrar que:

$$\zeta = \frac{d\Gamma}{dA}$$

- 14) Mostre que o componente vertical da vorticidade geostrófica em coordenada vertical de pressão considerando  $f$  constante é:  $\zeta_g = \frac{1}{f} \nabla^2 \phi$ .
- 15) Considere o teorema de circulação absoluta para um fluido invíscido e aplique-o para uma circulação de brisa esquematizando a circulação obtida durante o dia e noite.

$$\frac{D\Gamma_a}{Dt} = - \oint \frac{dp}{\rho}$$

(a) Qual a interpretação física do princípio de conservação de vorticidade potencial

$$\text{isentrópica dado por: } \frac{D}{Dt} (-g(\zeta + f) \frac{\partial \theta}{\partial p}) = 0$$

- 16) Uma parcela embebida no escoamento de oeste sobe adiabaticamente e atinge o topo de uma montanha situado em 800 hPa com vorticidade relativa de  $-1.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . Sabe-se que inicialmente a parcela encontrava-se em  $45^\circ\text{N}$  e ao nível médio do mar com vorticidade relativa de  $1 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ . Durante todo o deslocamento da parcela a tropopausa situava-se em 200 hPa. Pergunta-se: Sobre a montanha qual a latitude da parcela? Qual deve ser a velocidade do vento se durante a ascensão o escoamento possui velocidade uniforme com curvatura de  $-1550 \text{ km}$ ?