ACA0437 – Meteorologia Dinâmica I – Profª Rosmeri Porfírio da Rocha

Monitor: Eduardo Marcos – 3ª Lista de Exercícios

1) Mostre que a variação com o tempo da energia cinética por unidade de massa é dada por $\frac{1}{2}\frac{dV}{dt} = \vec{V}.\frac{d\vec{V}}{dt}$ onde $\vec{V} = u\vec{\imath} + v\vec{\jmath} + w\vec{k}$. Qual é a condição para que a energia cinética seja zero mesmo com $\vec{V}$ e $\frac{d\vec{V}}{dt}$ não nulos?
2) A partir da relação do exercício anterior derive uma expressão para a variação da energia cinética com o tempo. (Dica: use a equação do movimento).
3) Utilizando o sistema de coordenadas ortogonais dado em aula para escrever $\vec{\nabla}A$, $\vec{\nabla}.\vec{F}$ e $\vec{\nabla}\times\ \vec{F}$ em:
   a) Coordenadas cartesianas: x, y, z; h1=h2=h3=1; $\vec{a}_1 = \vec{\imath}, \vec{a}_2 = \vec{\jmath}, \vec{a}_3 = \vec{k}$
   b) Coordenadas esféricas: $\lambda, \varphi, r; h1 = rcos\varphi,\ \ h2 = r, h3 = 1;\ \vec{a}_1 = \vec{\imath}, \vec{a}_2 = \vec{\jmath}, \vec{a}_3 = \vec{k}$
4) Seja s=(x,y,t) e A(x,y,q,t) = A(x,y,z(x,y,q,t),t), onde A é uma função qualquer, e q é uma coordenada vertical arbitrária, que se relaciona univocamente com a altura z. A partir das relações a seguir, obtenha expressões gerais para $\vec{\nabla}_q A$ e $\vec{\nabla}_q.\vec{A}$.

$$\left(\frac{\partial A}{\partial s}\right)_q = \left(\frac{\partial A}{\partial s}\right)_z + \frac{\partial A}{\partial z}\left(\frac{\partial z}{\partial s}\right)_q$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial z}\right)_q = \frac{\partial A}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial z}$$

5) A partir do conceito de derivada total no sistema cartesiano e no sistema de coordenada vertical q, encontre uma expressão para $\dot{q}$. Dica: utilize as relações obtidas no exercício anterior.

$\left(\frac{DA}{Dt}\right)_z = \left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)_z + \vec{V}_z.\vec{\nabla}_z A + w\frac{\partial A}{\partial z}$ (sistema cartesiano)

$\left(\frac{DA}{Dt}\right)_q = \left(\frac{\partial A}{\partial t}\right)_q + \vec{V}_q.\vec{\nabla}_q A + \dot{q}\frac{\partial A}{\partial q}$ (sistema q)

6) A escolha de q como coordenada vertical depende do problema em questão a ser analisado. Sabendo que para escoamentos adiabáticos a temperatura potencial se conserva, podemos escolher Θ como coordenada vertical (denominadas isentrópicas). Re-escreva em coordenada isentrópica as seguintes equações:
   a) Equação do movimento horizontal;
   b) Equação da hidrostática;
   c) Equação da termodinâmica;

7) A equação da continuidade em coordenada vertical q pode ser escrita como:

$$\frac{D}{Dt}\left(\rho\frac{\partial z}{\partial q}\right)_q + \rho\frac{\partial z}{\partial q}\vec{\nabla}_q.\vec{V} = 0$$

Re-escreva esta equação em coordenada de pressão e coordenada isentrópica.