

# **MICROFÍSICA DA PRECIPITAÇÃO**

## **Capitulo 5 – Interação dinâmica entre gotículas**

**Prof. OSWALDO MASSAMBANI, Ph.D.  
Professor Titular**

**Departamento de Ciências Atmosféricas IAG-USP  
massambani@usp.br  
Maio - Junho de 2006**

## Conteúdo

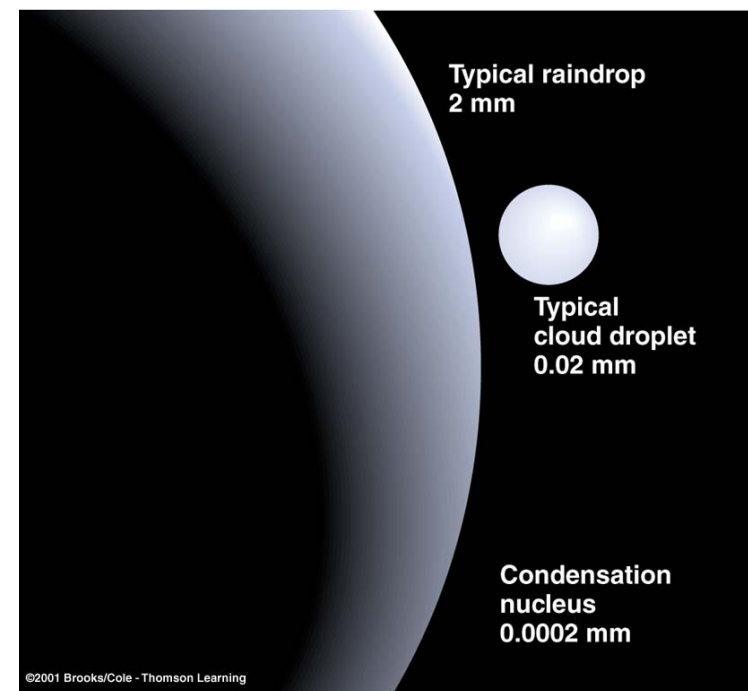
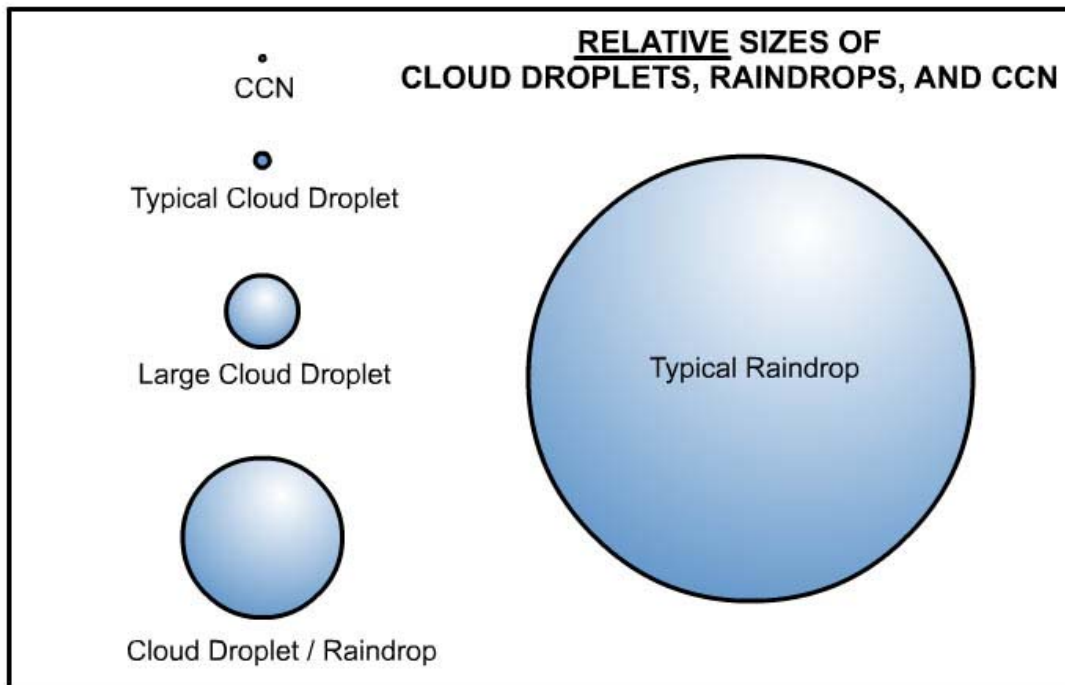
- ❑ Objetivos
- ❑ Introdução à microestrutura de nuvens e da precipitação
- ❑ Equilíbrio de fases
  - Potencial químico do vapor de água no ar úmido
  - Calor latente da mudança de fase
  - A equação de Clausius-Clapeyron
  - A variação da energia livre de Gibbs no processo de nucleação homogênea
- ❑ Aerossol atmosférico
  - A variação da energia livre de Helmholtz no processo de nucleação heterogênea
  - O equilíbrio entre gotas de solução aquosa e o ar úmido
  - A nucleação por íons
- ❑ O processo de difusão de vapor no crescimento e na evaporação de gotículas
  - O crescimento de uma população de gotículas em nuvens quentes
- ❑ **A interação dinâmica entre as gotículas – O processo de colisão e coalescência**
  - O crescimento de gotas na corrente ascendente**
- ❑ A formação de gelo na atmosfera
  - O crescimento de cristais de gelo por difusão de vapor
  - O desenvolvimento da precipitação na fase gelo
- ❑ Composição química de hidrometeoros
- ❑ Microfísica da carga e da eletricidade atmosférica
- ❑ O sensoriamento remoto da precipitação
  - O espectro de tamanho de gotas
  - A taxa de precipitação e os parâmetros integrais e suas variabilidades

## Capítulo 5 – A interação dinâmica entre gotículas

**O processo de colisão e coalescência**

**O crescimento de gotas na corrente ascendente**

## Tamanhos relativos dos CCN, gotículas de nuvem e gotas de chuva



O processo de Colisão e Coalescência no desenvolvimento de gotas grandes.

## Processo de Colisão e Coalescência

1. A Condensação é muito lenta para a gotícula crescer até o tamanho de uma gota de chuva.
2. Condensação promove o estreitamento do espectro de tamanhos de gotículas.
3. Partículas de mesmo tamanho possuem **velocidades terminais** iguais: não há colisões
4. A heterogeneidade de tamanhos e os processos dinâmicos promovem a colisão e coalescência

## Um cenário favorável à coalescência

- Misturando ar seco dentro da parcela com muitas gotículas de 10 micras.
- Gotículas diminuirão em diâmetro com a evaporação excedendo a condensação.
- A concentração decresce com o desaparecimento de algumas gotículas.
- Com menor competição, as gotículas remanescentes crescerão rapidamente.
- Isto pode resultar em algumas gotículas com 30 micras
- Estas gotículas grandes podem coletar as gotículas menores.

## Velocidade Terminal

W = weight  
D = drag  
V = velocity  
r = density  
A = frontal area  
Cd = drag coefficient

Motion of a falling object with air resistance (drag).

$$a = \frac{(W - D)}{m}$$

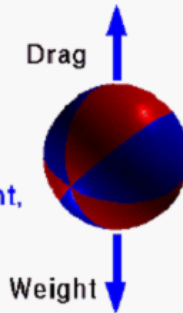
When Drag is equal to Weight, acceleration becomes zero.

$$\text{Then: } W = D = Cd \frac{r V^2 A}{2}$$

$$\text{Terminal Velocity : } V = \text{sqrt}\left(\frac{2 W}{Cd r A}\right)$$

Lower terminal velocity with large area or high drag coefficient.

For two objects with the same area and drag coefficient, lower terminal velocity for lighter object.



## Forces on a Falling Object (with air resistance)

Weight is constant.

$$W = m g$$

Resistance (Drag) depends on square of velocity.

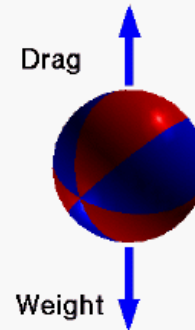
$$D = Cd \frac{r V^2 A}{2}$$

Motion of object (Newton's second law).

$$F = m a$$

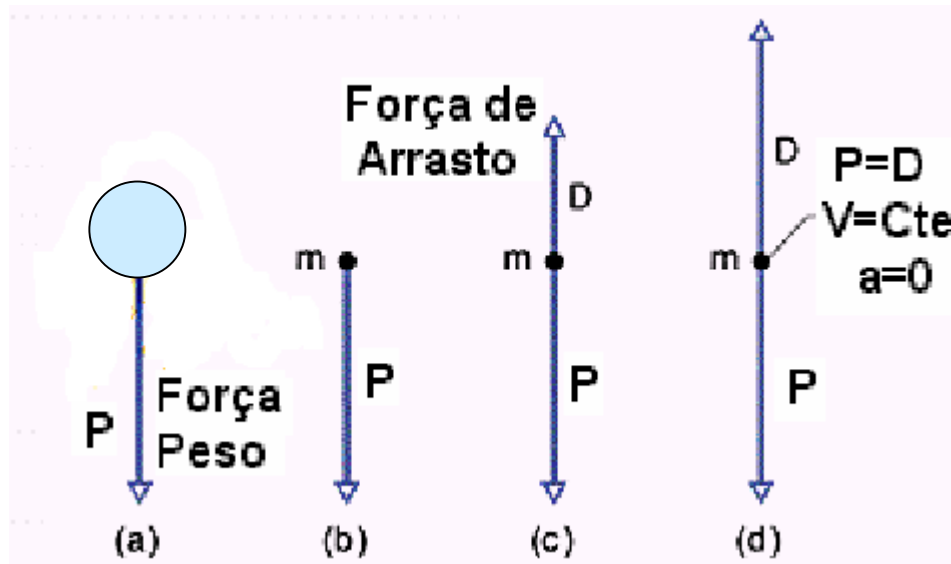
$$a = \frac{F}{m} = \frac{(W - D)}{m}$$

When Drag is equal to Weight, acceleration is zero.  
Velocity becomes constant (terminal velocity).



**Força de Arrasto** é a força aerodinâmica (através do ar) que se opõe ao movimento do corpo

**Velocidade Terminal:** Quando um corpo cai de uma certa altura (por exemplo no ar), a força de arrasto sobre o corpo vai aumentando à medida que sua velocidade cresce. Isso significa que se a altura da queda for grande, pode acontecer da força peso se igualar a força de arrasto e, a partir deste ponto a velocidade do corpo não mais se altera. A essa velocidade damos o nome de **Terminal**. Veja como calcula-la:



$$D = P$$
$$\frac{1}{2} C \rho A V_t^2 = mg$$

$$V_t = \sqrt{\frac{2mg}{C \rho A}}$$

temos que a Força de arrasto sob um fluido viscoso pode ser definido como:

$$F_D = 6\pi\eta rV, r < 50\mu m$$

e a Força gravitacional pode ser definida como:

$$F_G = 4\pi r^3 (\rho_l - \rho_{ar})g \cong 4\pi r^3 \rho_l g$$

onde  $\eta$  é a viscosidade,  $\rho_l$  é a densidade do líquido e  $\rho_{ar}$  é a densidade do ar, “r” é o raio da gota e V é a velocidade.



Quando  $F_D = F_G$  temos que  $V \rightarrow V_T$  (Velocidade terminal da gota)

Logo temos que  $V_T$  pode ser expresso como:

$$V_T = \frac{2}{9} r^2 \frac{\rho_l}{\eta} g$$

R ( $\mu\text{m}$ )	$V_T$ (cm/s)
1	0,012
10	1,2
30	10,9
50	30,2

Podemos ainda expressar a velocidade terminal em função do número de Reynolds

$$V_T = \frac{2}{9} r^2 \frac{\rho_l}{\left( \frac{C_D R_e}{24} \right) \mu} g$$

onde  $\mu$  é a viscosidade dinâmica,  $Re$  é o número de Reynolds,  $C_D$  é o coeficiente de arrasto.

Para gotas bem pequenas, a solução de Stokes para um fluxo ao longo de esferas é:

$$\frac{C_D R_e}{24} = 1$$

logo, temos que a velocidade terminal pode ser descrita por:

$$V_T = \frac{2}{9} r^2 \frac{\rho_l}{\mu} g = K_1 r^2$$

onde  $K_1 \sim 1,19 \times 10^6 \text{ cm}^{-1}\text{s}^{-1}$ .

Esta dependência quadrática da velocidade terminal é conhecida como lei de Stokes e aplica-se para gotículas com **raios menores que  $30 \mu\text{m}$** .

Para  $C_D$  grandes, este coeficiente torna-se independente do  $Re$  e  $C_D \sim 0,45$ , sendo que isto é válido para gotículas **com raios no intervalo de: 0.6 mm à 2 mm**,

sendo que

$$V_T = K_2 r^{1/2}$$

onde  $\rho$  é a densidade do ar e  $\rho_0 = 1,20 \text{ kg/m}^3$  à  $P = 101.3 \text{ kPa}$  e  $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$

$$K_2 = 2,2 \times 10^3 \left( \frac{\rho_0}{\rho} \right)^{1/2} \text{ cm}^{1/2} \text{ s}^{-1}$$

*Para raios no intervalo de: 30  $\mu\text{m}$  à 0.6 mm,*

$$V_T = K_3 r$$

sendo que

$$K_3 = 8 \times 10^3, (s^{-1})$$

## Velocidade Terminal - Foote and Dutoit (1969)

Proposta para  $0.1 \text{ mm} < D < 6 \text{ mm}$  :

$$V_t = [-0.193 + 4.96 D - 0.904 D^2 + 0.0566 D^3] \exp(z/20)$$

O fator  $\exp(z/20)$ , onde  $z$  é a altura em km, corresponde ao efeito do decrescimo da densidade e portanto do arrasto com a altura na atmosfera.









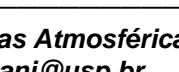
Gotas maiores que 3 mm têm uma boa chance de sofrerem ruptura em gotas menores.

A probabilidade de ruptura aumenta rapidamente para diâmetros em torno de 5 mm. A tabela ao lado apresenta alguns valores de velocidade terminal para gotas líquidas.

diâmetro: mm	V. Terminal: m/s
0.001	0.0003
0.01	0.03
0.1	0.27
0.2 (cloud)	0.72
0.3 (cloud)	1.2
0.8 (drizzle)	3.3
0.9 (drizzle)	3.7
1.8 (rain)	6.1
2.2 (rain)	6.9
3.2 (drop breaks up)	8.3
5.8	9.2

- Beard, K.V., 1976: Terminal velocity and shape of cloud and precipitation drops aloft. *J. Atmos. Sci.*, **33**, 851-864.
- Foote, G.B. and DuToit, P.S., 1969: Terminal velocity of raindrops aloft. *J. Appl. Meteor.*, **8**, 249-253.
- Bohm, J.P., 1989: A general equation for the terminal fall speed of solid hydrometeors. *J. Atmos. Sci.*, **46**, 2419-2427

Objeto	Velocidade Terminal	Distância (m) até alcançar 95% de sua velocidade Terminal
	(m/s)	(m)
Peso de arremesso	145	2500
Sky diver	60	430
Bola de beisebol	42	210
Bola de tênis	31	115
Bola de Basquete	20	47
Bola de pingue-pongue	9	10
Gota de chuva (raio=1,5 mm)	7	6
Pára-quadras (típico)	5	3

ANO	MODELO BÁSICO	$C_d$
1910		0,74
1930		0,67
1940		0,48
1945		0,43
1960		0,41
1970		0,40
1975		0,34
1985		0,29
1995		

Alguns valores típicos de velocidade terminal e

do  $C_d$

## O balanço da velocidade vertical e a corrente ascendente

Para as seguintes gotículas:

<u>Raio</u>	Velocidade <u>Terminal</u>
10 microns	1 cm/s
30 microns	10 cm/s
50 microns	27 cm/s
500 microns	206 cm/s

Numa parcela de ar ascendendo com velocidade vertical de 5 cm/s, A gotícula de 10 micron está subindo com uma velocidade de 4cm/s, enquanto a de 30 microns está caindo a uma velocidade de 5 cm/s.

**A velocidade terminal, portanto, indica o movimento relativo ao ar !**



## Eficiência de Colisão, de Coalescência e de Coleta

**Eficiência de Colisão =**

# de colisões / # de gotículas no volume de varredura

Numa unidade de tempo, a gota coletora varre o cilindro com volume  $V = \pi h(R+r)^2$

Forças aerodinâmicas podem fazer com que pequenas gotículas sejam desviadas para fora do volume de varredura, resultando em uma eficiência de colisão mais baixa, ou pode criar o “wake effect” aumentando a eficiência de colisão.

Gotículas maiores são dominadas pelas forças inerciais

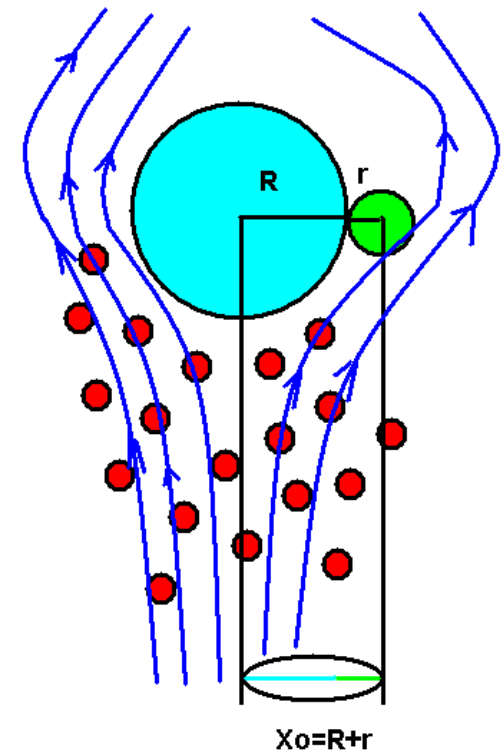
**Eficiência de Coalescência =**

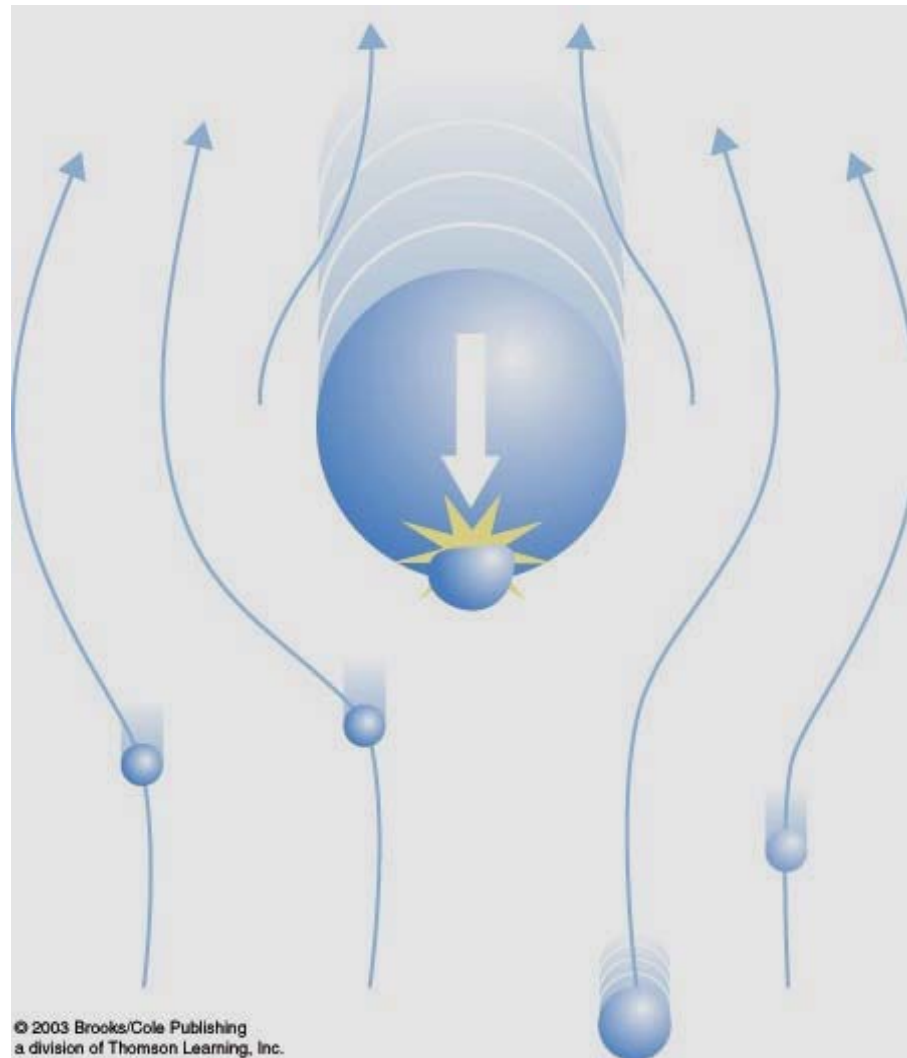
# of coalescência / # de colisões

**Eficiência de Coleta =**

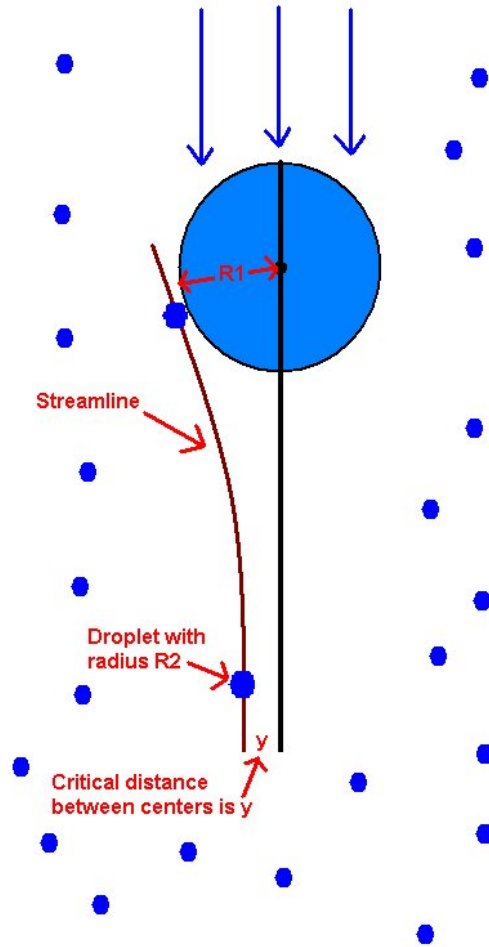
# de coalescência / # de gotículas no volume varrido =

**Eficiência de colisão x Eficiência de coalescência**

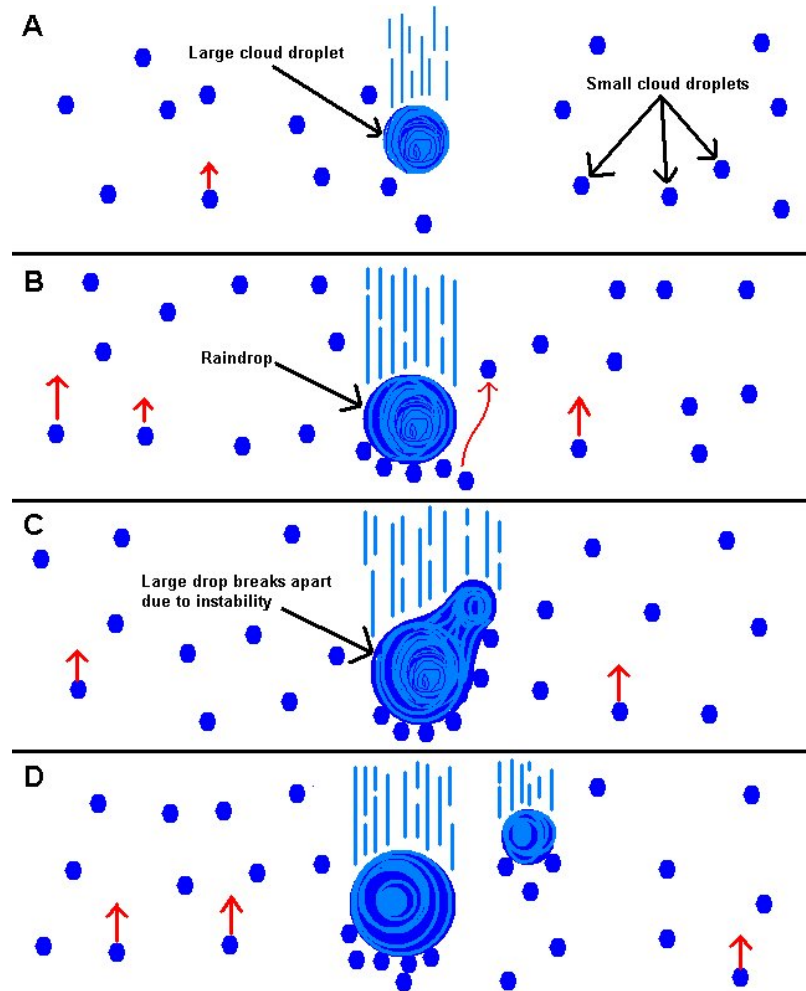




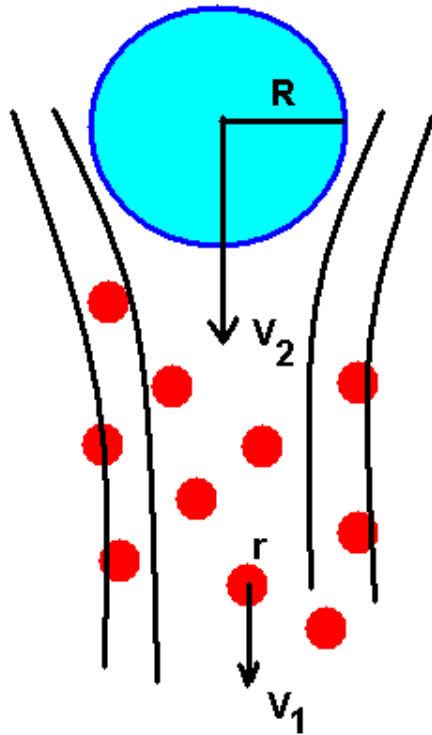
## As linhas de corrente



## O resultado

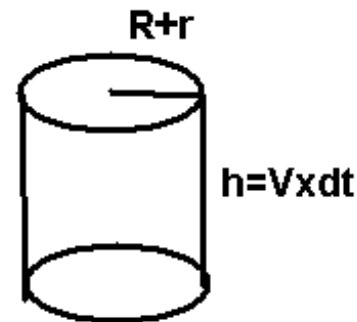


## Equação do crescimento por coalescência



Consideremos uma gota coletora de raio  $R$  e velocidade terminal  $V_2$ , caindo em uma população uniforme de gotículas menores com raio " $r$ " e velocidade terminal  $V_1$ .

Durante uma unidade de tempo, a gota coletora irá coletar gotículas de raio " $r$ " em um volume a ser "varrido" descrito por:



$$dV = \pi (R + r)^2 (V_2 - V_1) dt$$

Assumindo um crescimento contínuo, a massa da gota coletora crescerá:

$$dM = dVW_l$$

onde  $W_l$  é o conteúdo de água líquida (massa de água líquida por unidade de volume)

$$dM = dVW_l = \pi(R + r)^2 (V_2 - V_1)W_l dt$$

como a gota coletora somente coleta uma fração das gotículas, temos que:

$$dM = \pi(R + r)^2 (V_2 - V_1) W_l E(R, r) dt$$

onde  $E(R, r)$  é a eficiência de coleta, que é o produto da eficiência de colisão e coalescência,

$$E(R, r) = \frac{X_0^2}{(R + r)^2}$$

quando as gotículas são iguais em tamanho e menores que 100 microns, é usualmente assumido que a eficiência de coalescência = 1, logo eficiência de coleta = eficiência de colisão.

Dessa maneira temos:

$$\frac{dM}{dt} = \pi(R + r)^2 (V_2 - V_1) W_l E(R, r)$$

mas a massa da gota coletora pode ser expressa por:

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_l$$

então

$$dM = \frac{4}{3} \pi \rho_l d(R^3) = \frac{4}{3} \pi \rho_l 3R^2 dR = 4\pi \rho_l R^2 dR$$

logo temos:

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi \rho_l R^2 \frac{dR}{dt} = \pi (R + r)^2 (V_2 - V_1) W_l E(R, r)$$

$$\frac{dR}{dt} = \frac{(R + r)^2}{R^2} \frac{(V_2 - V_1)}{4\rho_l} E(R, r) W_l$$



Assumindo que  $E(R,r)$  e  $W_l$  são constantes e  $V_2 \gg V_1$  e

$$\frac{(R+r)^2}{R^2} \cong 1$$

Temos que a equação de crescimento pode ser descrita por:

$$\frac{dR}{dt} = \frac{V_2 E W_l}{4 \rho_l}$$

Ou numa outra forma:

$$\pi(R+r)^2 [u(R) - u(r)] n(r) E(R, r) dr$$

$$\frac{dV}{dt} = \int_0^R \pi(R+r)^2 \frac{4}{3} \pi r^3 E(R, r) n(r) [u(R) - u(r)] dr$$

Usando  $\frac{dV}{dR} = 4\pi R^2$  e  $\frac{dR}{dt} = \frac{dV}{dt} \frac{dR}{dV}$

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\pi}{3} \int_0^R \left(\frac{R+r}{R}\right)^2 [u(R) - u(r)] n(r) r^3 E(R, r) dr$$

Com  $u(r) = 0$        $R+r \approx R$        $M = \left(\frac{4}{3} \pi r^3 n\right) \rho$

Obtemos  $\frac{dR}{dt} = \frac{\overline{EM}}{4\rho_L} u(R)$

$$\frac{dR}{dz} = \frac{dR}{dt} \frac{dt}{dz} = \frac{dR}{dt} \frac{1}{U - u(R)}$$

Dividindo por  $U - u(R)$  ou

$$\frac{dR}{dz} = \frac{\overline{EM}}{4\rho_L} \frac{u(R)}{U - u(R)}$$

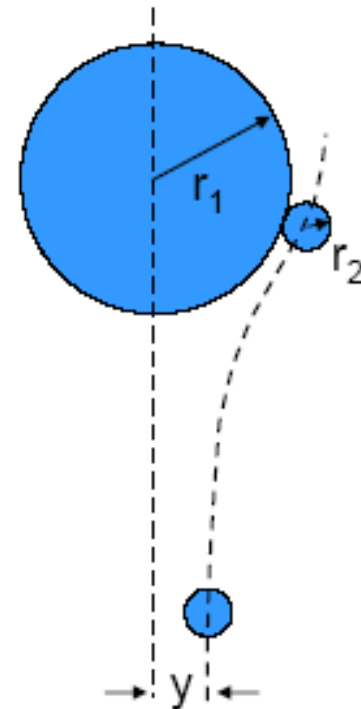
Para uma corrente ascendente desprezível  $U = 0$ , temos

$$\frac{dR}{dz} = - \frac{\overline{EM}}{4\rho_L}$$

$$E = \frac{\text{\# of actual collisions}}{\text{\# of collisions for a complete geometric sweepout}}$$

$$E = \frac{\pi y^2}{\pi(r_1 + r_2)^2}$$

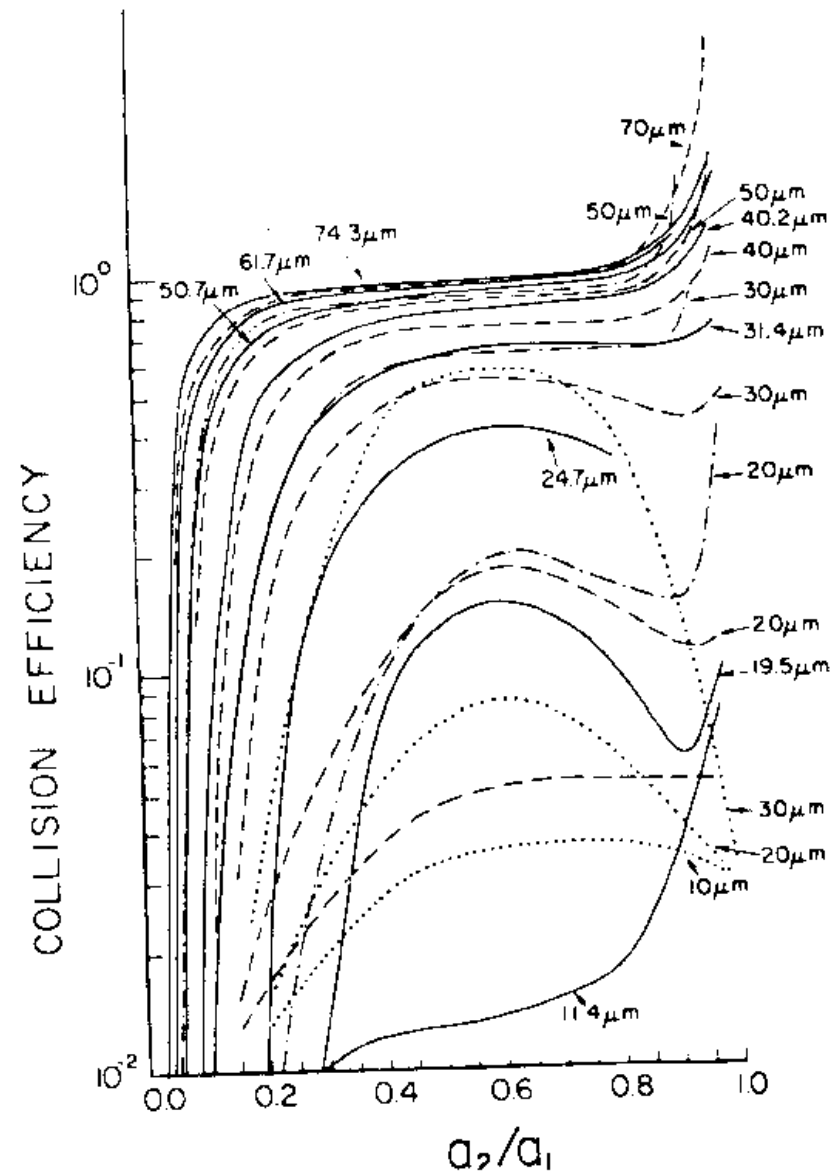
$$E = \frac{y^2}{(r_1 + r_2)^2}$$



Eficiências de colisão para gotículas de água para diferentes tamanhos em condições de queda gravitacional

$$E(a_1, a_2) = x^2 / (a_1 + a_2)^2$$

[Pruppacher and Klett]



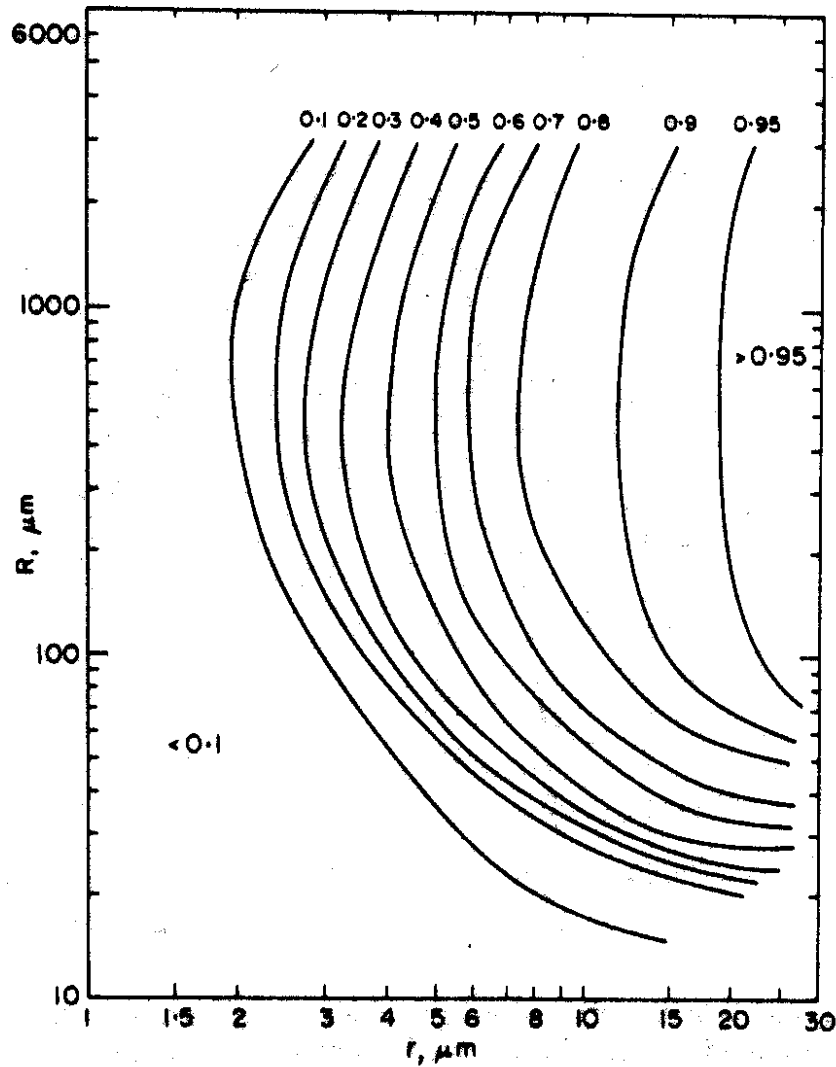


FIG. 8.3. Field of  $E(R, r)$  based on data in Table 8.2.

## Formação da “Chuva Quente”

Gotículas de nuvem inicialmente crescem por condensação, e então por colisão e coalescência.

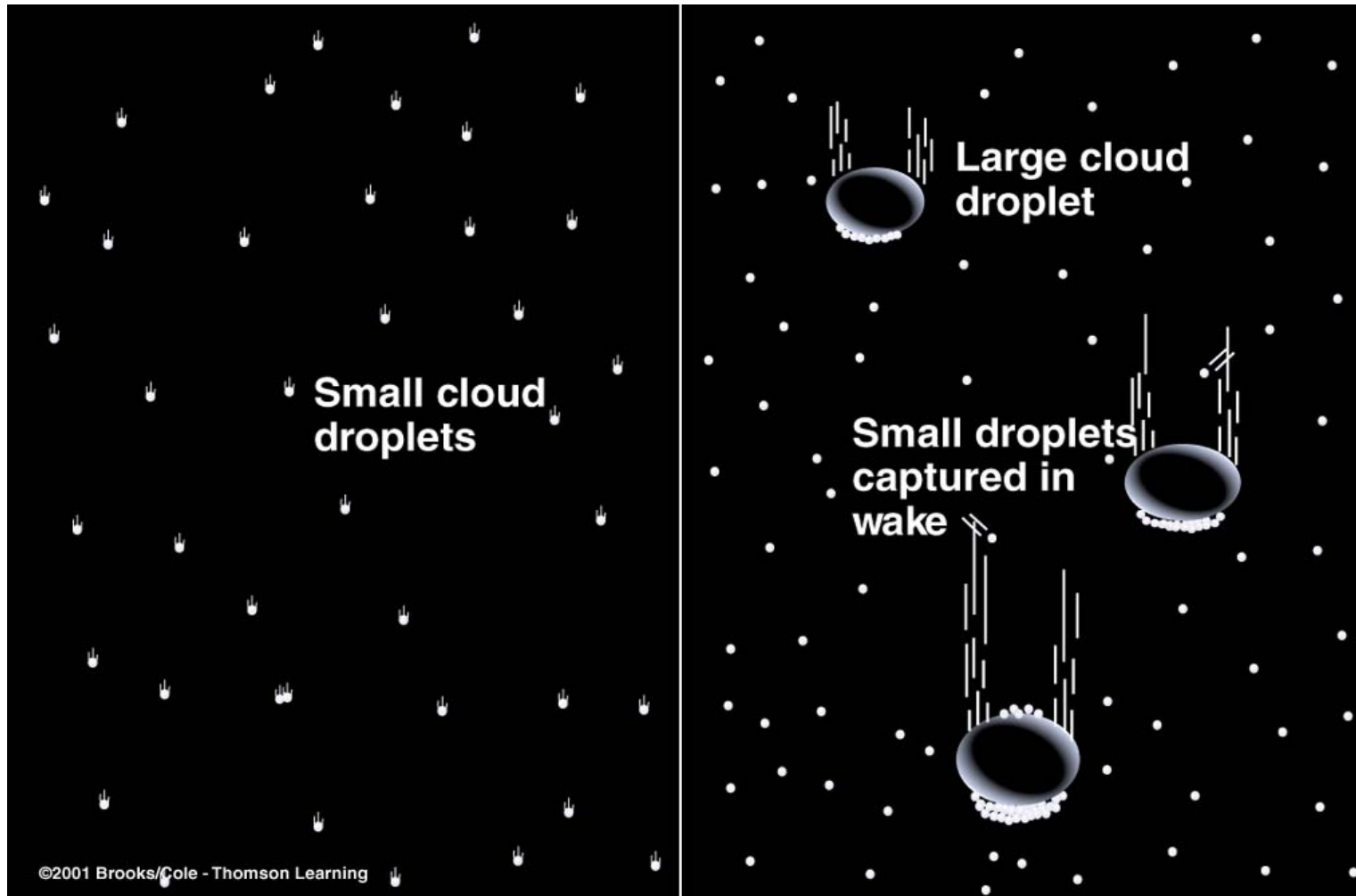
Coalescência não é eficiente para gotículas  $< 14 \mu\text{m}$

Problemas evidenciados na observação do crescimento das gotículas:

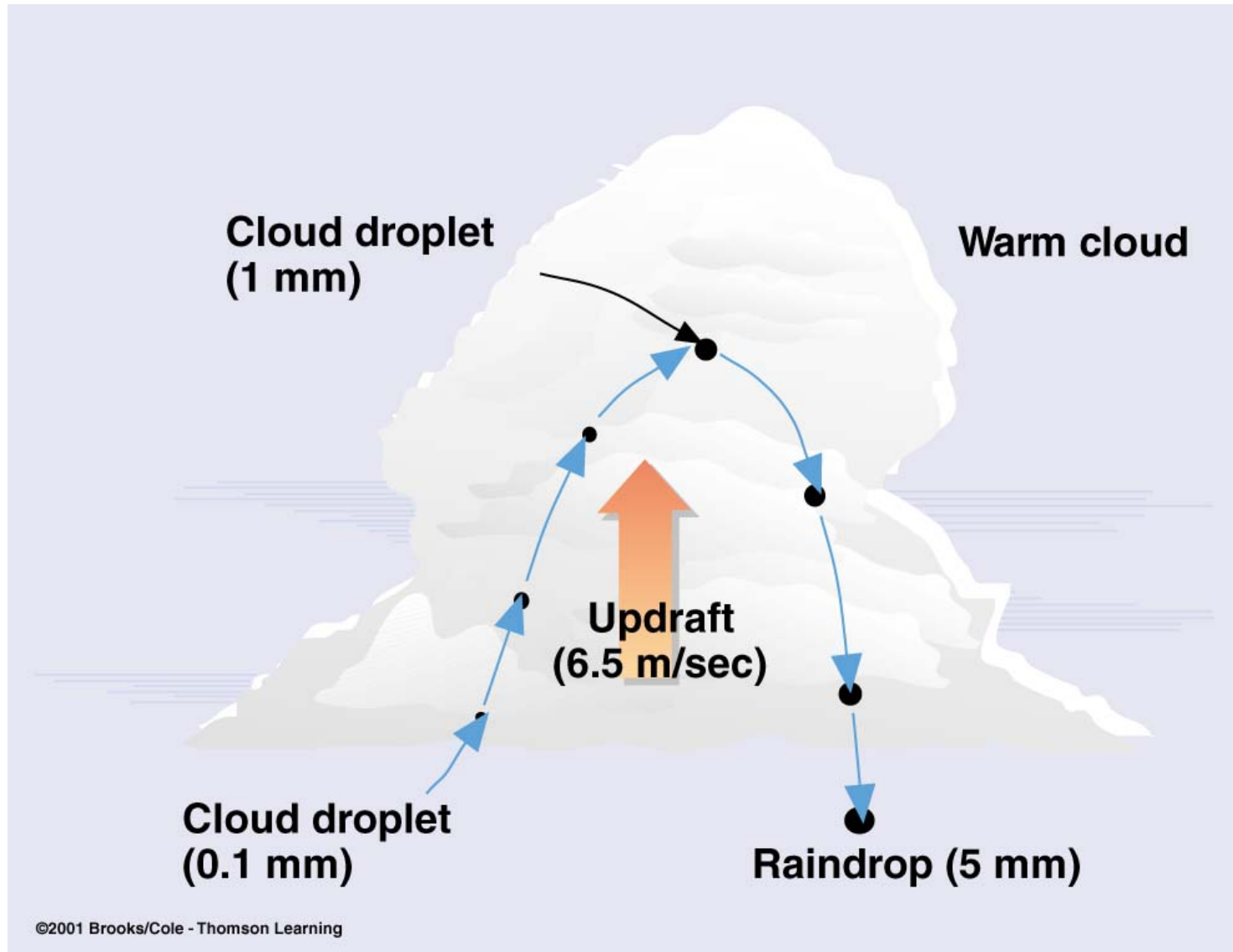
- A taxa de crescimento para uma gotícula de  $14 \mu\text{m}$  por condensação  $\sim 10\text{-}20$  min
- Crescimento por colisão-coalescência a partir de  $14 \mu\text{m}$  até  $100 \mu\text{m}$   $\sim 1$  hora

O tempo combinado é muito mais longo que o tempo de vida das pequenas nuvens cumulus precipitantes.

É necessário superar o raio efetivo de  $14 \mu\text{m}$  antes do início efetivo do processo de colisão – coalescência: presença de CCN gigantes – turbulência, que pode prover eddies que se sobrepõe ao escoamento, efeitos de cisalhamento ...







## O modelo do crescimento contínuo: O modelo de Bowen

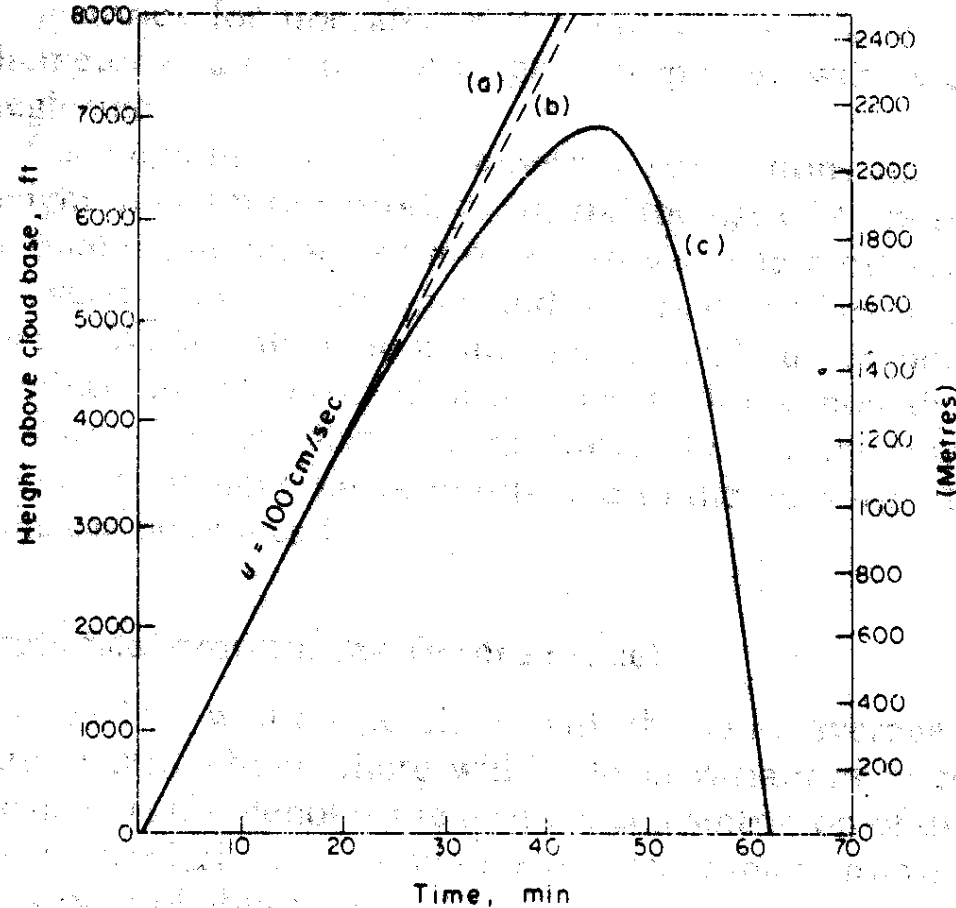
E. G. Bowen em seu trabalho de 1950, considerou a equação

$$\frac{dR}{dz} = \frac{\bar{E}M}{4\rho_L} \frac{u(R)}{U - u(R)}$$

para explicar o processo de formação da precipitação em nuvens quentes.

Considerou que uma gota com o dobro da massa das outras gotículas estava presente como resultado da probabilidade de coalescência entre duas gotículas. Essa gota era então carregada pela corrente ascendente juntamente com as demais gotículas e estava também crescendo por condensação e coalescência.

Os parâmetros importantes nesse modelo são a intensidade da corrente ascendente e o conteúdo de água líquida da nuvem.



**FIG. 8.4.** Bowen's calculated trajectories of (a) the air, (b) cloud droplets, initially  $10 \mu\text{m}$  in radius, and (c) drops which have initially twice the mass of the cloud droplets. Updraft speed  $1 \text{ m/sec}$ , cloud water content  $M = 1 \text{ g/m}^3$ . (From Fletcher, 1962.)

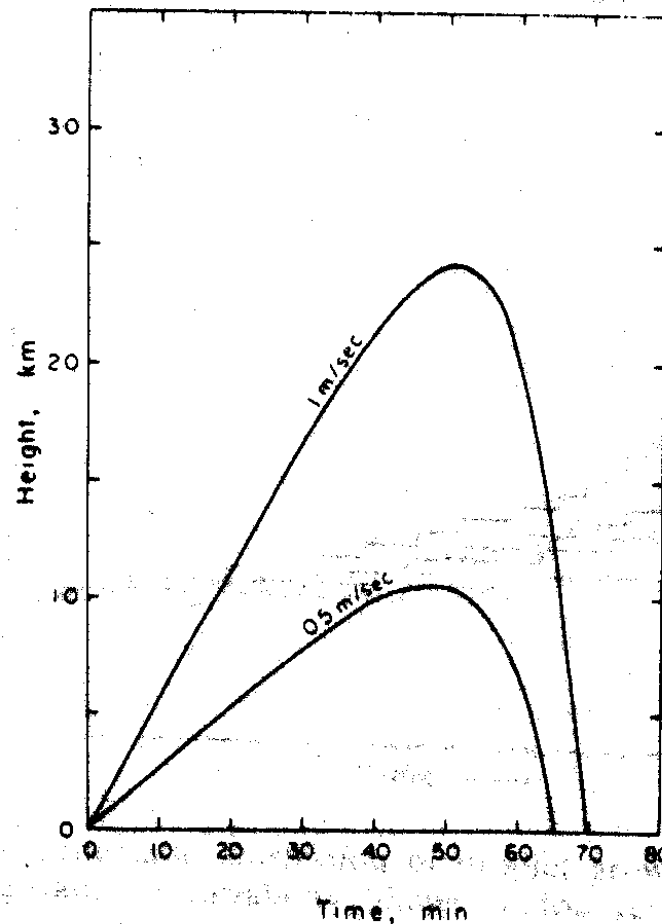
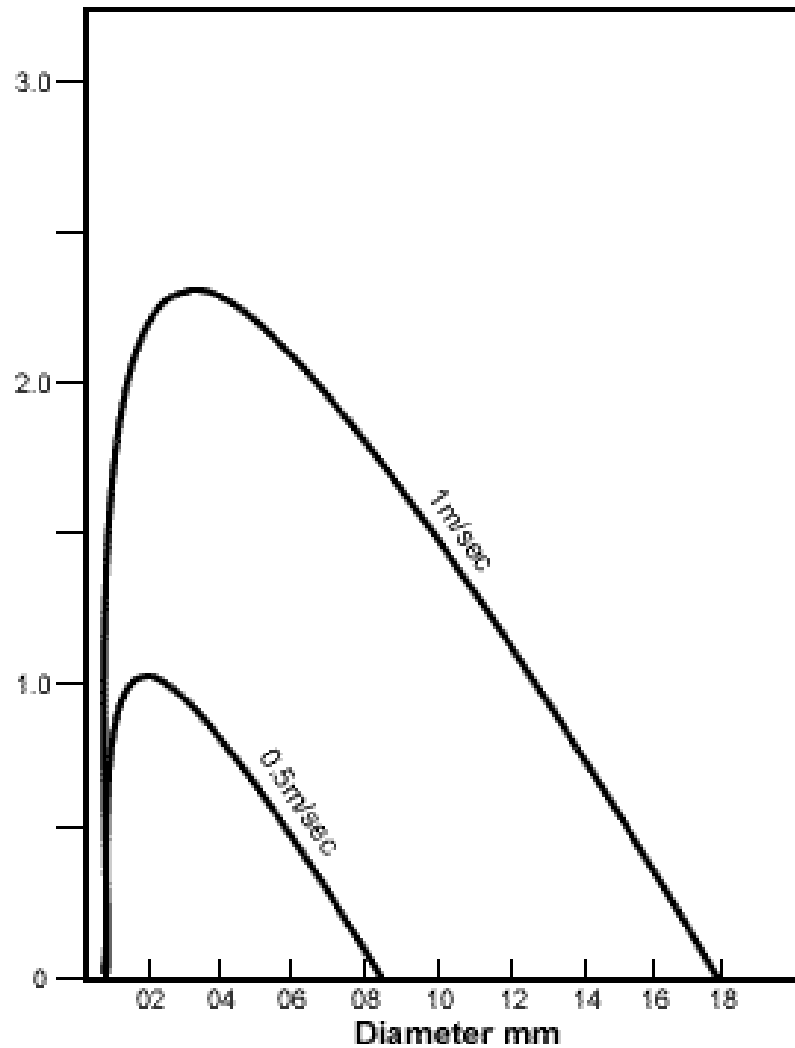


FIG. 8.5. Drop trajectories calculated for the collision efficiencies of Table 8.2 and Fig. 8.3, assuming a coalescence efficiency of unity. Initial drop radius  $20\ \mu\text{m}$ . Cloud water content  $1\ \text{g/m}^3$ ; all cloud droplets of  $10\ \mu\text{m}$  radius.



Diâmetros das gotas para as trajetórias da Fig. 8.5

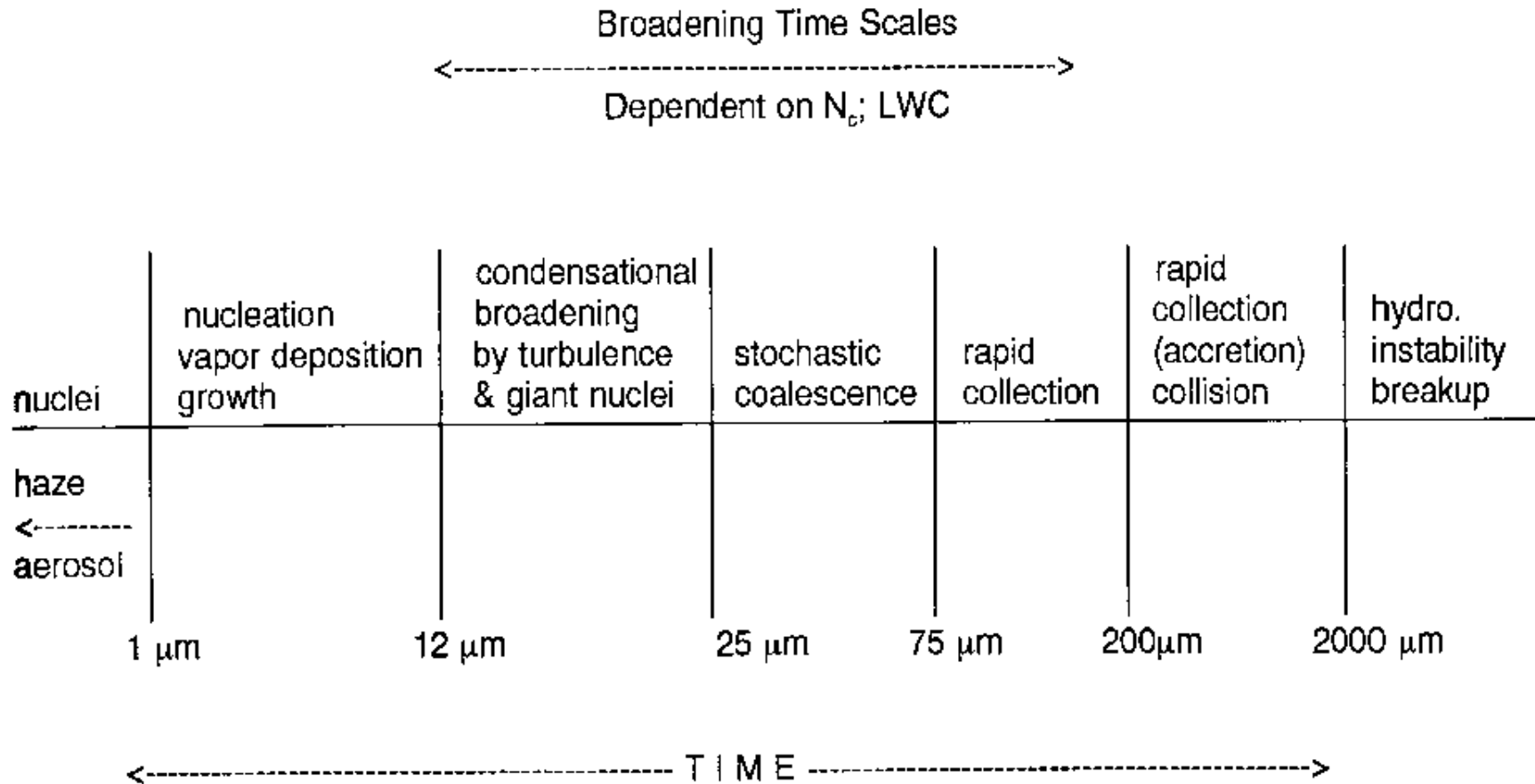
Resolver os exercícios:

*8.1 e 8.4 – p. 148 do livro de Rogers & Yau*

## A microfísica no ambiente da nuvem

- O ar imediatamente ao redor de todas as gotículas está saturado ( $e = e_s$ ).
- Cada gotícula terá diferentes  $e_s$  baseado na sua concentração de soluto (efeito soluto) e em seu tamanho (efeito de curvatura).
- Efeito Solutivo – gotículas com alta concentração de solução, terão mais baixa  $e_s$  que as gotículas de água pura.
- Efeito de curvatura – pequenas gotículas (muito curvadas) terão maior  $e_s$  que as grandes gotículas (superfícies mais planas).
- Gotículas com menor  $e_s$  crescerão às expensas daquelas com maior  $e_s$ . (O fluxo é da maior para a menor pressão). O efeito soluto e de curvatura tendem a contra-atacar o outro.
- Os fatores mais importantes: conteúdo de água líquida da nuvem, distribuição de tamanho das gotículas, a espessura da nuvem, as correntes ascendentes na nuvem, a presença de campos elétricos das gotículas e o campo elétrico na nuvem

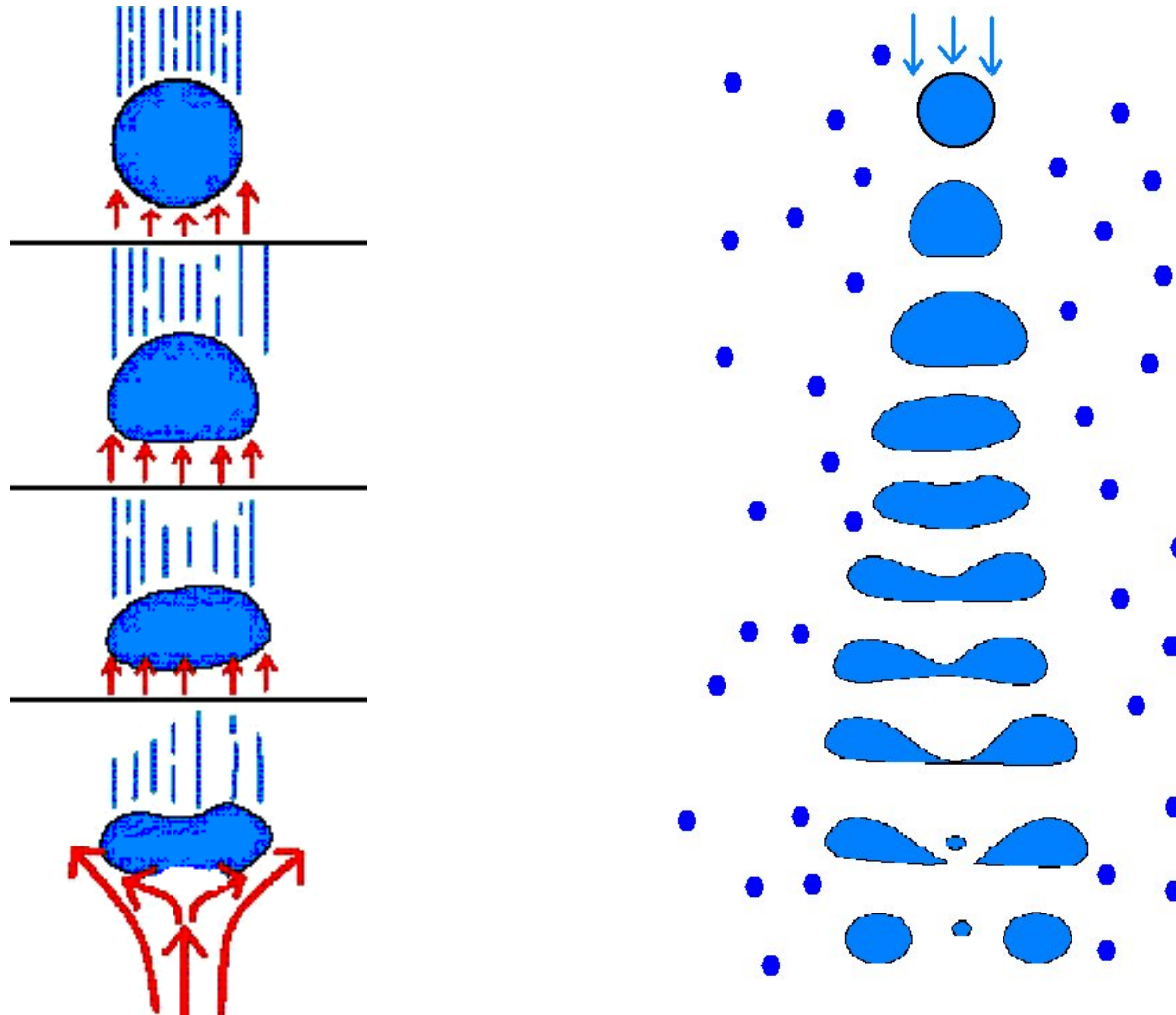
## Regime típico de crescimento em nuvem quente



[Notas de William Cotton]



## Instabilidade hidrodinâmica – Ruptura (Breakup)

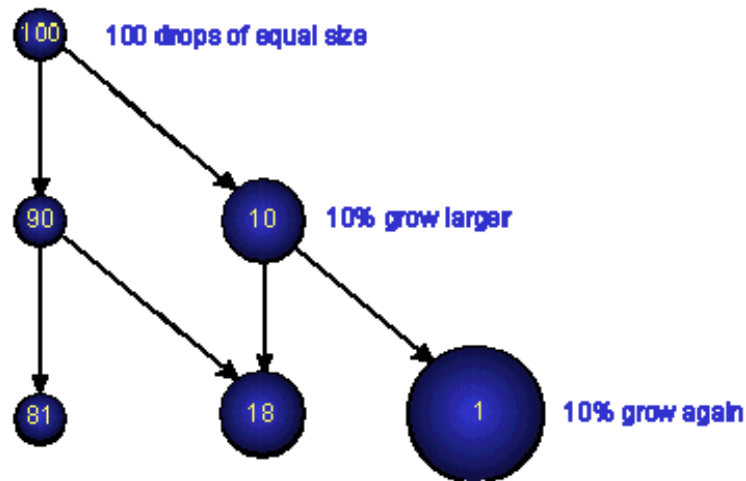


## Crescimento Estocástico

O processo de produção da precipitação em tempos realísticos, é melhor representado através do modelo estocástico

Nesse modelo permite-se que uma certa fração da população de gotículas crescem de maneira privilegiada mais privilegiada que outras.

Por exemplo, este grupo de gotículas devem crescer inicialmente em partes da nuvem com uma maior conteúdo de água líquida. A figura abaixo ilustra esse processo.



Pure stochastic model:

Collision probability = probability of any drop collect a droplet

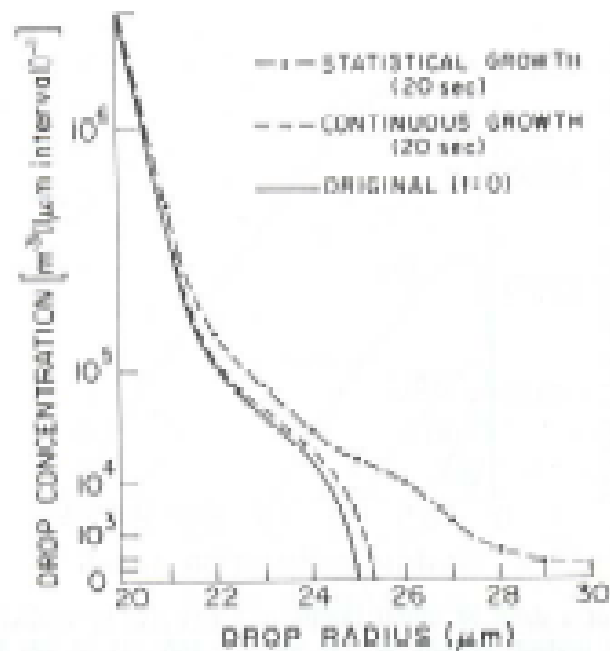


Fig. 11-1. Variation of drop size distribution with time due to continuous- and stochastic growth of cloud drops by collision and coalescence. (From Twomey, 1964; by courtesy of Amer. Meteor. Soc., and the author.)

## Crescimento estatístico: O modelo de Theford

Baseado na distribuição de Poisson:

Se o número médio de ocorrências aleatórias por intervalo =  $m$ , a probabilidade  $P$  de  $a$  ocorrências nesse intervalo é :

$$P(a) = e^{-m} \left[ \frac{m^a}{a!} \right]$$

Há dois importantes pontos nesse modelo:

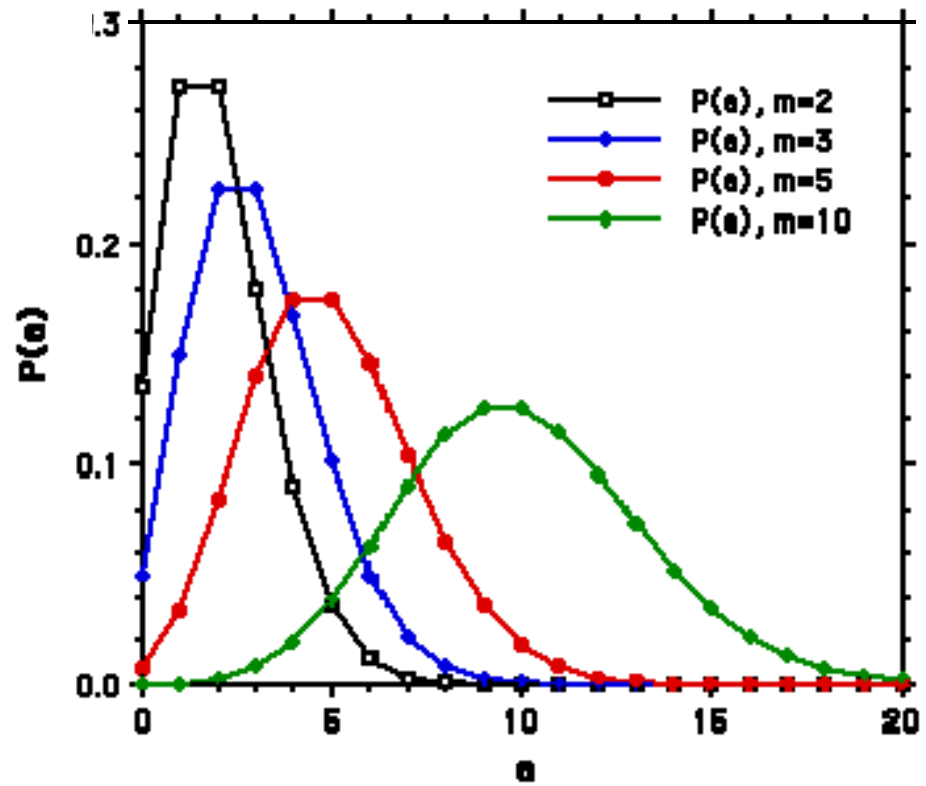
- A equação descreve as probabilidades **randômicas** de ocorrências.
- A equação é aplicável a intervalos no espaço ou tempo.

$$p(m) = e^{-\bar{n}V} \frac{(\bar{n}V)^m}{m!}$$

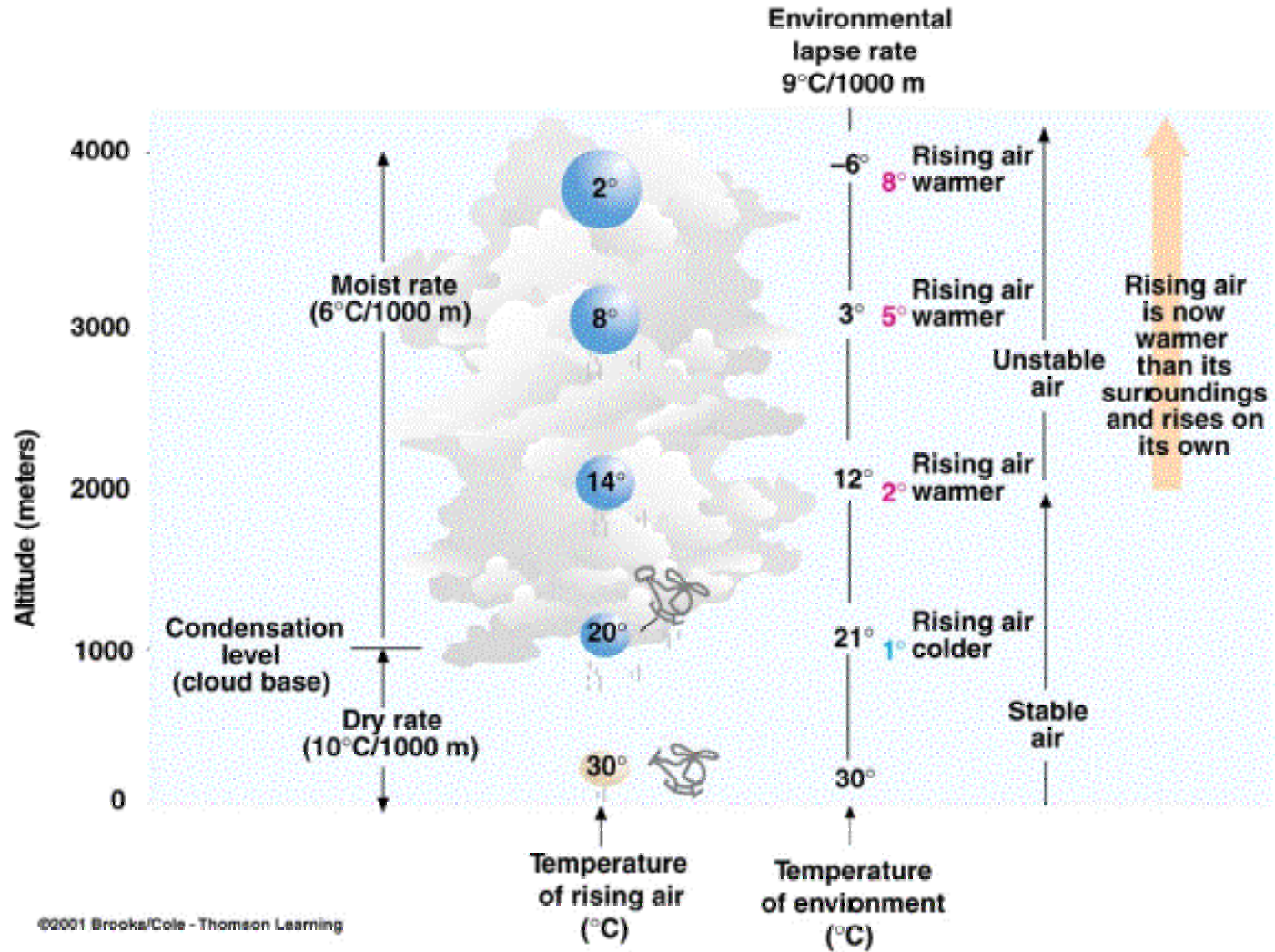
$p$  is probability

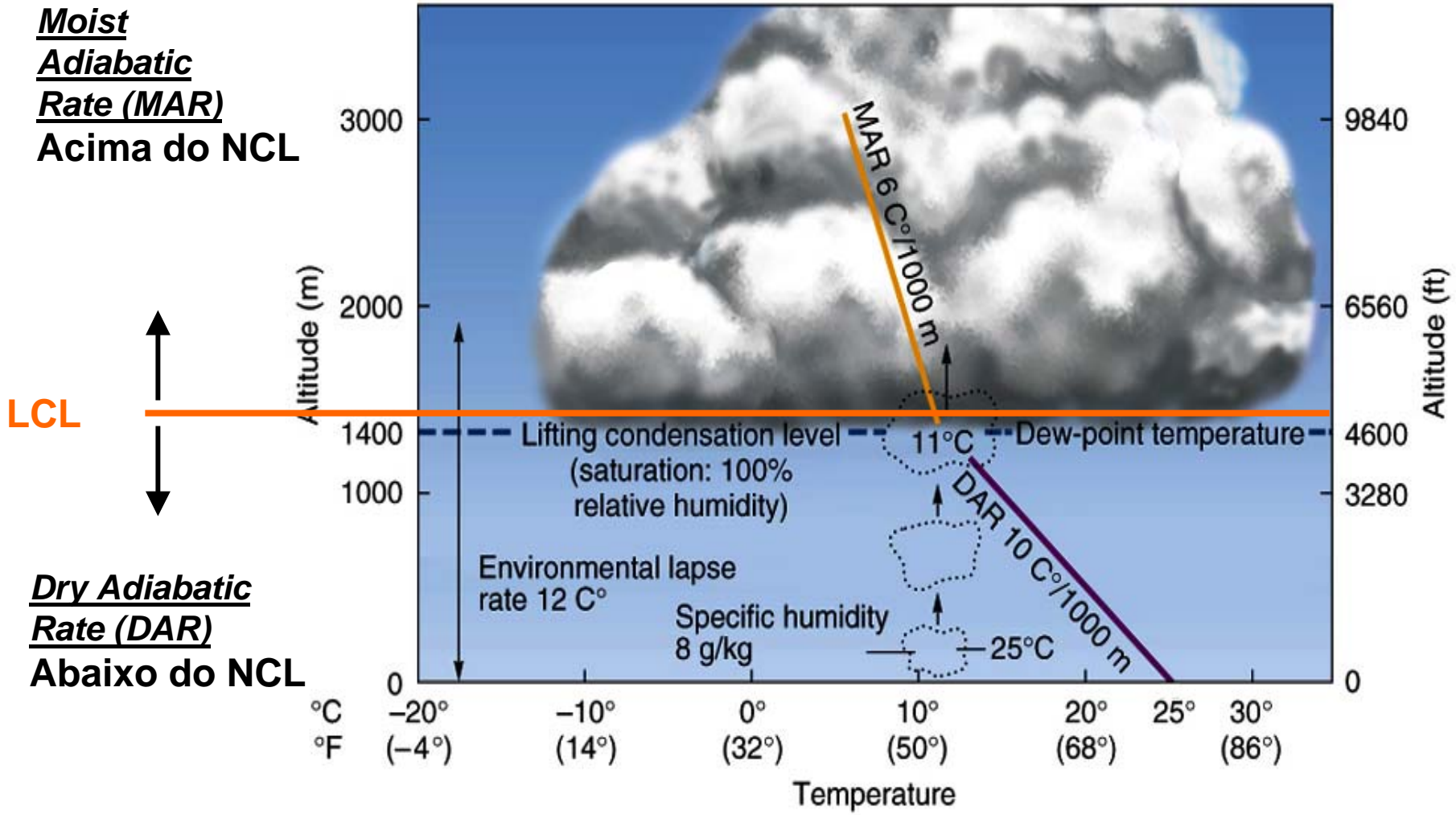
$V$  is volume

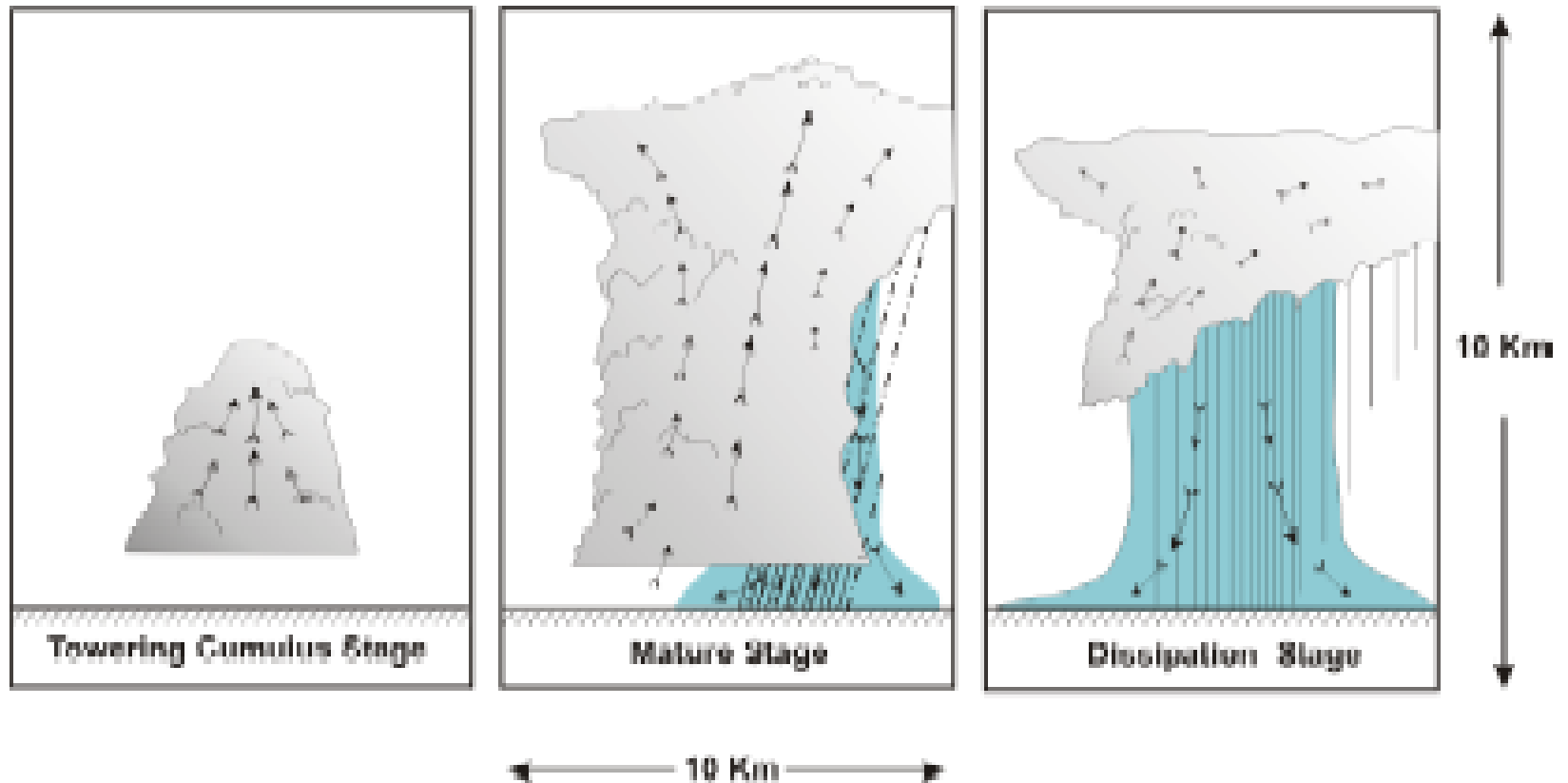
$\bar{n}$  is mean concentration



## Impacto do Calor Latente

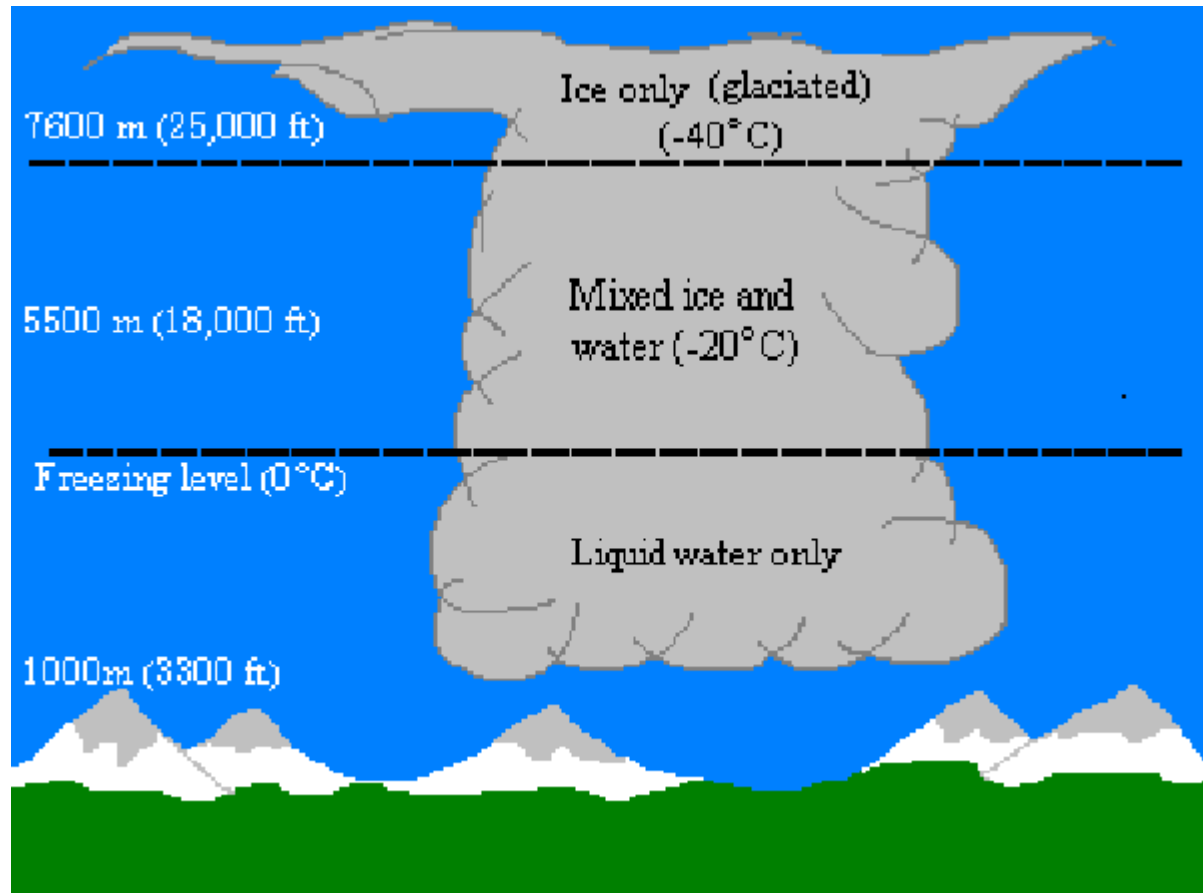








## Distribuição típica de água e gelo em *Cumulonimbus*



A produção de hidrometeoros é resultado dos processos associados às fases líquida e sólida