Aula 5

Relação Z-R

Aplicação do Espalhamento Rayleigh e Estimativa de Precipitação

Em geral, medimos o fator refletividade do radar **Z_e** para estimar a taxa de precipitação (**R**). Como visto na aula anterior, a relação ***Z-R*** é baseada em uma relação de potência, logo qualquer processo que adicione incertezas ou erros na estimativa da refletividade com certeza irá afetar a inferência da taxa de precipitação.

Claramente, erros de calibração são importantes, como é também a atenuação, a presença de partículas de gelo (granizo), aumento artificial da refletividade devido ao processo de derretimento (banda brilhante), preenchimento parcial do feixe a longas distâncias, aumento da altura do feixe acima da superfície com a distância do radar (inclinado), e por último a própria variabilidade da distribuição de tamanho de gotas (*DSD*) em relação à DSD assumida na equação de potência Z-R.

Agora para esta discussão, vamos assumir que a DSD segue uma distribuição de tamanho exponencial tal como a de Marshall e Palmer (1948) (MP),

$$N(D) = N_0 \, e^{-\lambda D}$$

onde N_0 é coeficiente de interceptação (m^{-4}), D é o diâmetro e λ é o coeficiente angular (m^{-1}). Em muitas aplicações $N_0 = 8 \times 10^6 \, m^{-4}$. Portanto, conhecendo a DSD e a definição de Z podemos derivar as seguintes expressões:

$$Z = \int_0^\infty N(D) \, D^6 \, dD = \int_0^\infty N_0 \, e^{-\lambda D} \, D^6 \, dD$$

Rain Drop Size Distribution (DSD)

- the rain drop size distribution can often be approximated by an inverse-exponential distribution (e.g., Marshall Palmer).
  - straight line on a semi-log plot (i.e., log[N(D)] vs. D
  - In M-P equation, N_0 is y-intercept and $-\Lambda$ is slope

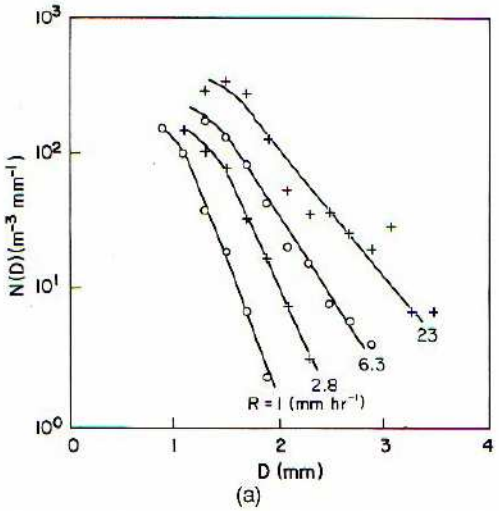


Fig. 8.3 (a) Raindrop size distribution versus drop diameter (data from Marshall and Palmer, 1948). (b) Measured drop-size distributions by Laws and Parsons (——) with a few corresponding Marshall–Palmer distributions (---). (*Figure continues.*)

"Marshall-Palmer" DSD

(also dashed lines below)

$$N(D) = N_0 \exp(-\Lambda D),$$

$$\Lambda = 4.1R^{-0.21} \quad \text{mm}^{-1},$$

$$N_0 = 8 \times 10^3 \quad \text{m}^{-3}\,\text{mm}^{-1},$$

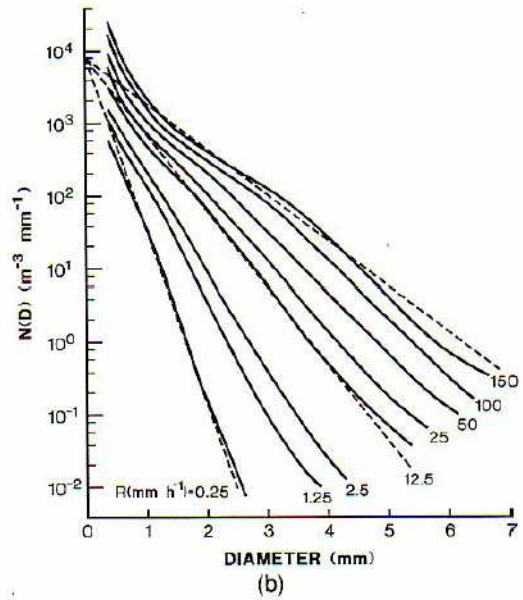
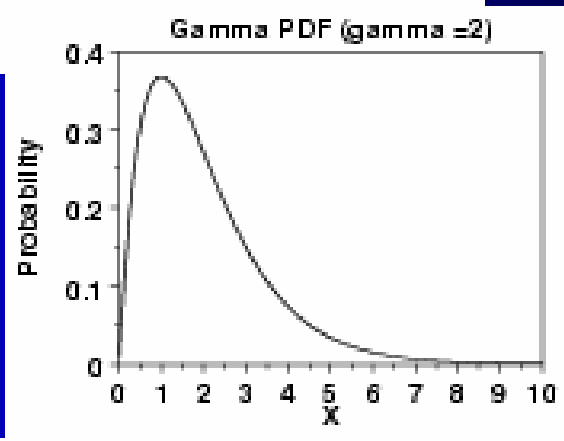


Fig. 8.3 (*Continued*)

Temos também a distribuição Gamma

$$\mathbf{N(D) = N_0\, D^{\mu}\, e^{-\lambda D}}$$



Derivando a relação Z-R (1)

$$Z = \int_0^\infty N_0\, e^{-\lambda D}\, D^6\, dD$$

$$Z = \int_0^\infty x^{\nu-1} e^{-\mu x}\, dx = \Gamma(\nu)/\mu^\nu$$ (Integral Definida)

Portanto, $Z = N_0 \Gamma(7)/\lambda^7$

Função Gamma: $\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$ $\Gamma(n+1) = n!$ $\Gamma(1) = 1$

Taxa de Precipitação (kg m^{-2} s^{-1})

$$R = \int_0^\infty m(D)\, N(D)\, v(D)\, dD = \int_0^\infty (\pi/6)\rho D^3\, N_0\, e^{-\lambda D}\, aD^b\, dD$$

m = massa da particula (kg), **N = concentração** (m^{-3}) e

v = velocidade terminal (m s^{-1})

Derivando a relação Z-R (2)

$$R = (\pi/6)\rho N_0 a \int_0^{\infty} D^{(3+b)} e^{-\lambda D}\, dD =$$

$$R = (\pi/6)\rho N_0 a\, \Gamma(4+b)/\lambda^{(4+b)}$$ (particulas esféricas)

Dividindo pela densidade (ρ) obtemos em m s^{-1}

$$R = \{(\pi/6)N_0 a\, \Gamma(4+b)/\lambda^{(4+b)}\} \bullet (3.6\times10^6)$$ para termos em mm hr^{-1}

$$\lambda^{(4+b)} = \pi N_0 a\, \Gamma(4+b)/6R$$

Derivando a relação Z-R (3)

Lembrando que $\mathbf{Z = N_0\Gamma(7)/\lambda^7}$

$$\mathbf{Z = \{720N_0/(\pi N_0 a\ \Gamma(4+b)/6)^{7/(4+b)}\}\bullet R^{7/(4+b)}}$$

Utilizando uma expressão tipica da velocidade terminal, $\mathbf{v(D) = 386.6D^{0.67}}$

Então, $\mathbf{Z = a'R^{b'}}$

Aplicando os valores apropriados para a chuva estratiforme (MP), $\mathbf{Z = 200R^{1.6}}$
(**Z** em $mm^6\ m^{-3}$ e **R** in $mm\ hr^{-1}$)

$$\mathbf{M = \int_0^\infty m(D)\ N(D)\ dD = \int_0^\infty (\pi/6)\rho D^3\ N_0\ e^{-\lambda D}\ dD} \qquad \text{(LWC)}$$

$$\mathbf{M = (\pi/6)\rho N_0 a \int_0^\infty D^3\ e^{-\lambda D}\ dD = (\pi/6)\rho N_0\ \Gamma(4)/\lambda^4}$$

$$\mathbf{Z = 720N_0/\lambda^7 = \{720N_0/(\pi\rho N_0)^{7/4}\}\bullet M^{7/4} \qquad (Z = aM^b)}$$

Logo para chuva estratiforme, $\mathbf{Z = 2.4x10^4M^{1.82}}$

Para condições Rayleigh:

$$Z_e = \int_0^{\infty} D^6 \, N(D) \, dD \quad (mm^6/m^3)$$

Onde N(D) é a DSD. Meteorologistas de radar em geral utilizam uma função gamma ou uma distribuição gamma normalizada para descrever N(D) (Leia **Ulbrich e Atlas, 1998**):

$$N(D) = N_0 \, D^{\mu} \, e^{-\lambda D}$$

μ = parâmetro de forma (usualmente entre $-2 \leq \mu \leq 5$; se $\mu = 0$, distribuição exponencial ; ex., a distribuição de Marshall-Palmer)

λ = coeficiente angular

N_0= coeficiente interceptador/linear

Dica de integral

$$\int_0^\infty x^m e^{-nx}\,dx = \frac{\Gamma(m+1)}{n^{m+1}}$$

$$\Gamma(n) = (n-1)!$$

logo: $$Z_e = \int_0^\infty N_0\, D^{\mu+6}\, e^{-\lambda D} dD = \boxed{N_0 \frac{\Gamma(\mu+7)}{\lambda^{\mu+7}}}$$

Multiple por 10^{18} se estiver unidades de MKS o que levará a mm^6/m^3

De forma mais discreta → $Z_e = \Sigma n_i D_i^6$

1 L^{-1} de gotas de 1 mm = 30 dBZ
1 m^{-3} de gotas de 8 mm = 54 dBZ

Taxa de Precipitação (mm/h): $3.6 \times 10^6 / \rho_w \int M \times N(D) \times V_T(D)\, dD$

M= Massa (kg) = $\rho_w\, \pi/6\, D^3$ (assumimos por enquanto que são gotas esféricas)

N(D)= Concentração ($\#/m^{-3}$)

$V_T(D)$ = velocidade terminal ($m\ s^{-1}$) = aD^b ; assumimos que as gotas estão caindo de acordo com a velocidade terminal

ρ_w = densidade da água (kg/m^3)

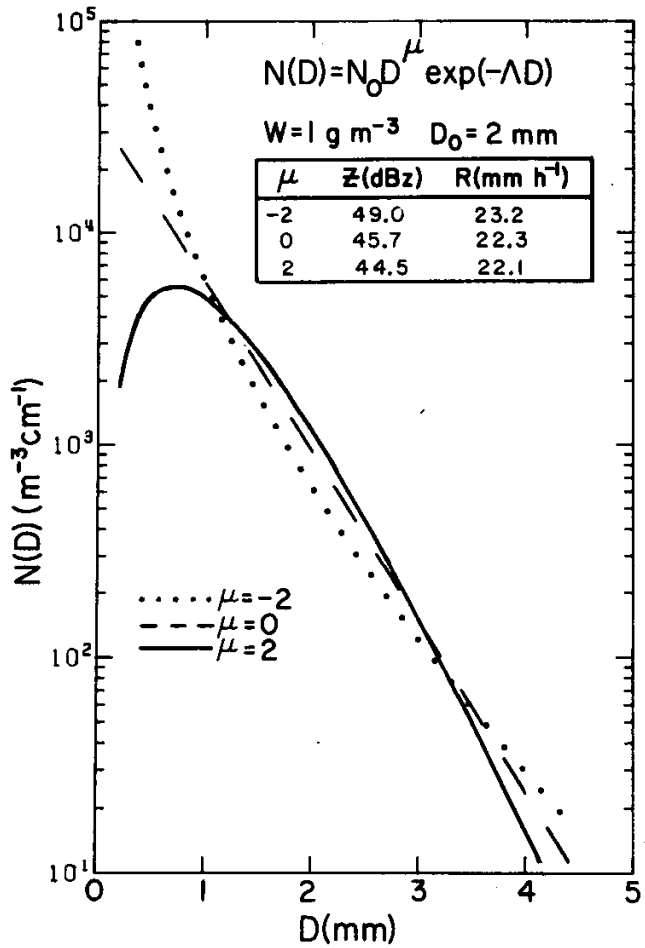


FIG. 2. Examples of the gamma raindrop size distribution for $\mu = -2$, 0 and 2 and with liquid water content $W = 1$ g m^{-3} and median volume diameter $D_0 = 2$ mm. The inset table shows the corresponding values of radar reflectivity factor (Rayleigh approximation) and rainfall rate.

1764 JOURNAL OF CLIMATE AND APPLIED METEOROLOGY VOLUME 22

Natural Variations in the Analytical Form of the Raindrop Size Distribution

CARLTON W. ULBRICH

1983

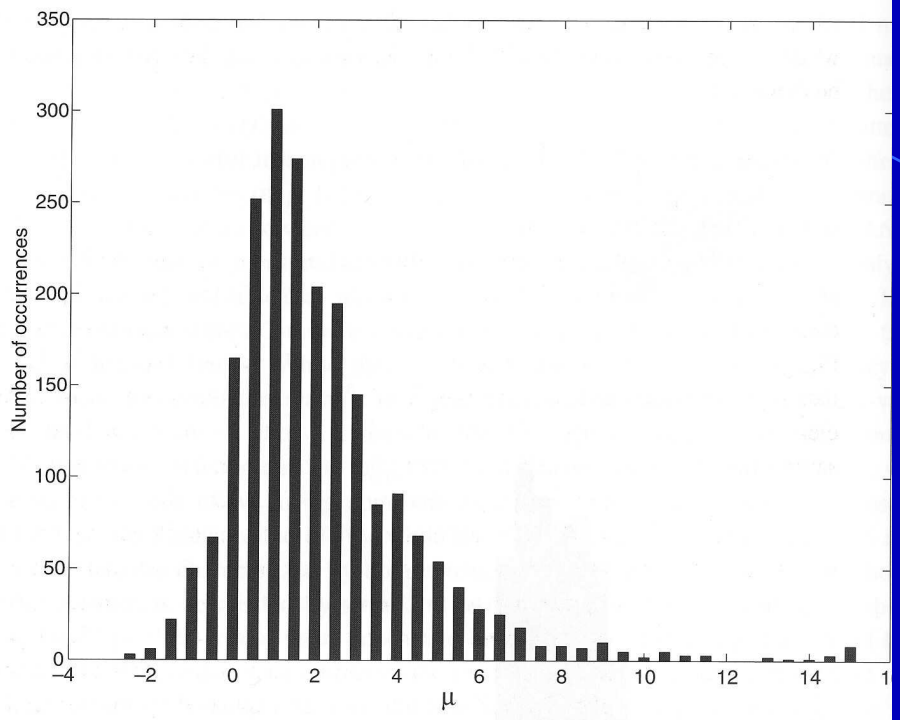


Fig. 7.18. Histogram of μ using the same data set as in Fig. 7.17.

Bringi e Chandrasekar (2001)

Variabilidade do parâmetro de form
em um evento de Chuva!!

Consequentemente seguido de uma
variação de D_0

Integrando sobre uma DSD gamma genérica temos:

Taxa de Precipitação $$(R) = 3.6\text{x}10^6\, a\, \frac{\pi}{6} \int_0^\infty N_0\, D^{\mu+3+b}\, e^{-\lambda D}\, dD = \boxed{3.6 \times 10^6\, a\, N_0 \frac{\pi}{6} \frac{\Gamma(\mu+4+b)}{\lambda^{\mu+4+b}}}$$

Por simplicidade, deixamos m = 0 (para fazer que esta relação fique de acordo com uma distribuição gamma, simplesmente adicione m de volta em todos os lugares que a constante b aparece). Agora para obter uma relação entre Z e R, eliminamos o termo λ nas equações de Z e R.

$$Z_e = N_0 \frac{\Gamma(\mu+7)}{\lambda^{\mu+7}}$$

$$R = 3.6 \times 10^6\, a\, N_0 \frac{\pi}{6} \frac{\Gamma(\mu+4+b)}{\lambda^{\mu+4+b}}$$

$$\lambda = \left[N_0 \frac{\Gamma(7)}{Z} \right]^{1/7} \quad \text{e} \quad \lambda = \left[3.6 \times 10^6\, a\, N_0 \frac{\pi}{6} \frac{\Gamma(4+b)}{R} \right]^{1/(4+b)}$$

Então,

$$Z = \frac{N_0^{[1-7/(4+b)]}\, 720}{3.6 \times 10^6\, a \frac{\pi}{6}\, \Gamma(4+b)} R^{7/(4+b)}$$

ou,

$$Z = cR^d$$

A relação Z-R convencional. Note a dependência nos parâmetros N_0, a, b, e potencialmente em m (dependência de DSD e velocidade de queda, diferentes taxas de precipitação para um dado Z devido a dependências da DSD)

Agora podemos utilizar o radar para estimar o conteúdo de água líquida (W):

$$W = \frac{\pi}{6}\int_0^\infty \rho_w N(D)\, D^3\, dD = \frac{\pi}{6}\int_0^\infty \rho_w N_0\, D^{\mu+3}\, e^{-\lambda D}\, dD = \frac{\pi}{6}\frac{\rho_w N_0\, \Gamma(\mu+4)}{\lambda^{\mu+4}} \quad (\text{kg m}^{-3})$$

Tal qual a taxa de precipitação, temos também as relações Z-W.

Diâmetro volumétrico mediano (D_0): Diâmetro da DSD que separa ao meio o volume de água liquida (metade do W está acima de diâmetro ≥ D_0). D_0 também está relacionado com o parâmetro angular da DSD: $\mathbf{D_0 = (3.67+\mu)/\lambda}$

Logo,

$$Z = N_0 \frac{\Gamma(\mu+7)}{\lambda^{\mu+7}} = \frac{\Gamma(\mu+7)}{[3.67+\mu]^{\mu+7}} N_0 D_0^{\mu+7}$$

Utilizando as expressões anteriores temos que a R e W podem ser expressos como

$$R \sim N_0 D_0^{4+b+\mu} \qquad W \sim N_0 D_0^{4+\mu}$$

$$Z \sim D_0^{3-b}\, R$$

Dessa maneira, temos que:

A DSD tem direta influência na relação Z-R (or Z-W): Sendo que Z e R estão relacionados de maneira não únicas e são determinados pelo comportamento da DSD (seja através de **D_0 ou N_0 e etc.)**

Problemas na relação Z-R

As relações Z-R são baseadas em funções de potência, logo qualquer erro na medida da potência do radar (Ze) a estimativa de precipitação é afetada. Por exemplo, os seguintes problemas podem afetar as medidas de Ze

- Calibração
- Atenuação
- Preenchimento parcial do volume iluminado
- Precipitação mista (líquido + sólido)
- Bloqueios
- Variabilidade da DSD

Relação Z-R – *Escolha uma se você puder?*

$$Z = aR^b$$

- O gráfico apresenta somente algumas relações Z-R (na verdade 69) que foram publicadas.

- Por que tantas???

- Implicações para a estimativa de precipitação a partir da refletividade do radar?

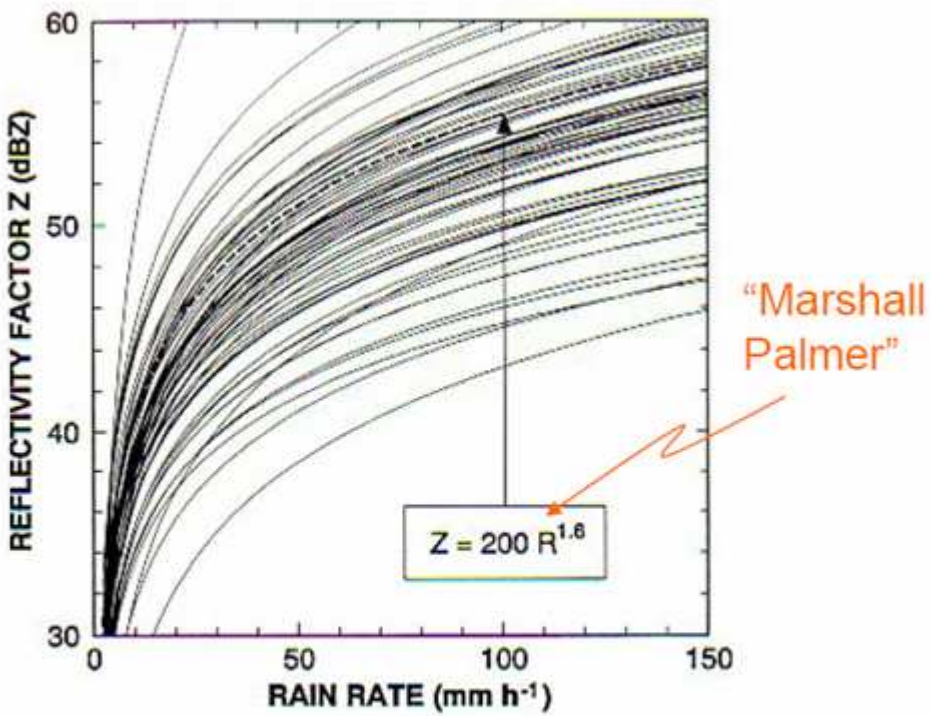


Fig. 8.6 Sixty-nine R, Z relationships from Battan (1973).

Source: Doviak and Zrnic (1993)

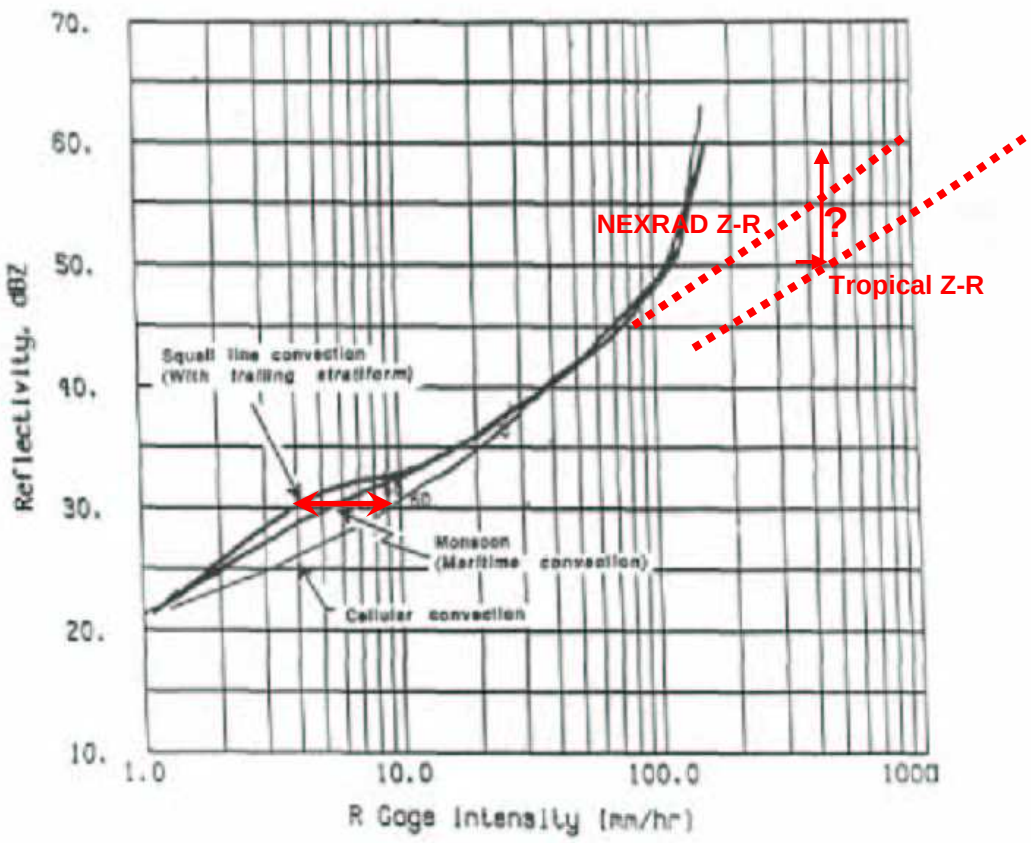


FIGURE 12. Reflectivity-rain relationships vary substantially for differing rain systems at the lower rain rates (personal communication, 1991, D. Rosenfeld, Hebrew University, Jerusalem, Israel).

Problemas de Pluviômetro ?

- Regimes convectivos → Diferenças na DSD produzem R significativamente diferentes para mesmos valores de Ze

- Este efeito é uma fraqueza do método baseado em Z-R

- Note um aumento de 2 em R para Z = 30 dBZ. R de uma maneira absoluta, aumenta mais rápido para dBZ altos, implicando em um problema para a calibração/ajuste.

- Acurácia nas medidas implicam em problemas?
- Qual seria a diferença que 1 dB de erro em dBZ faria?

- 100% de diferença em R para um mesmo Z → DSDs com D_0 diferentes

Temos que lembrar que D_0 pode exceder 2 mm em chuvas convectivas

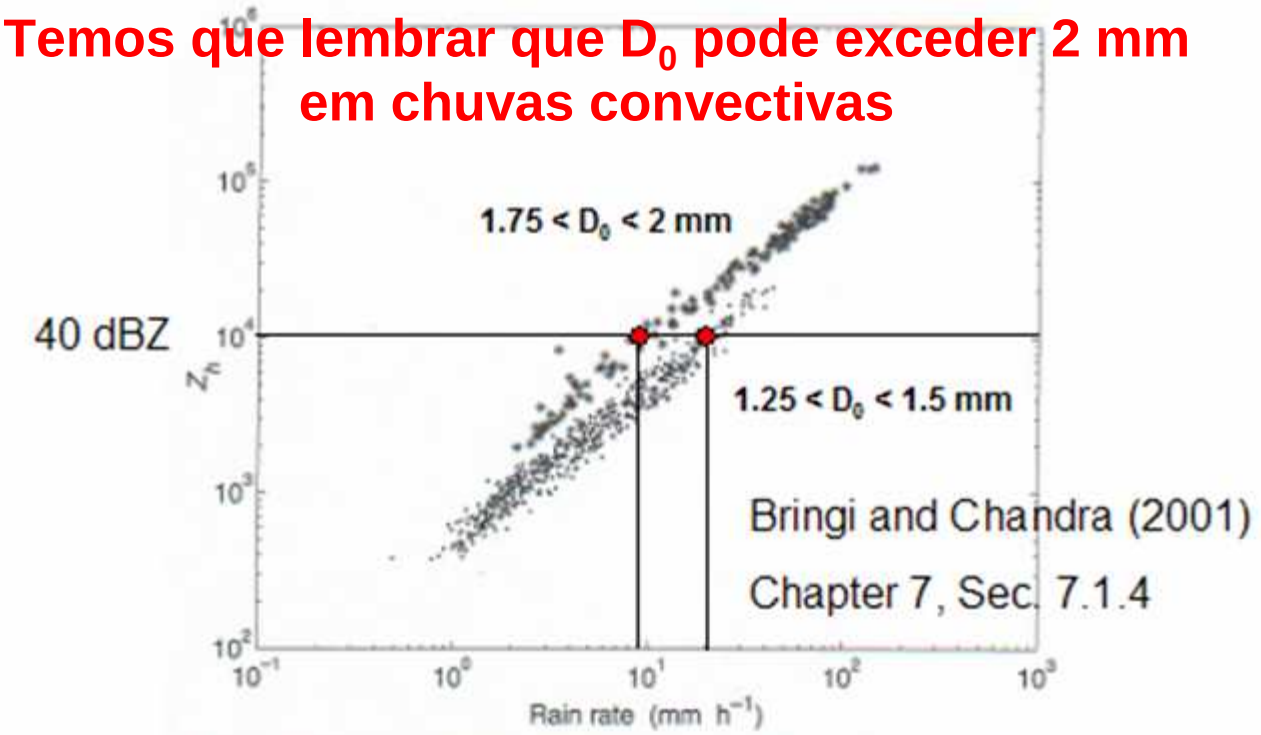
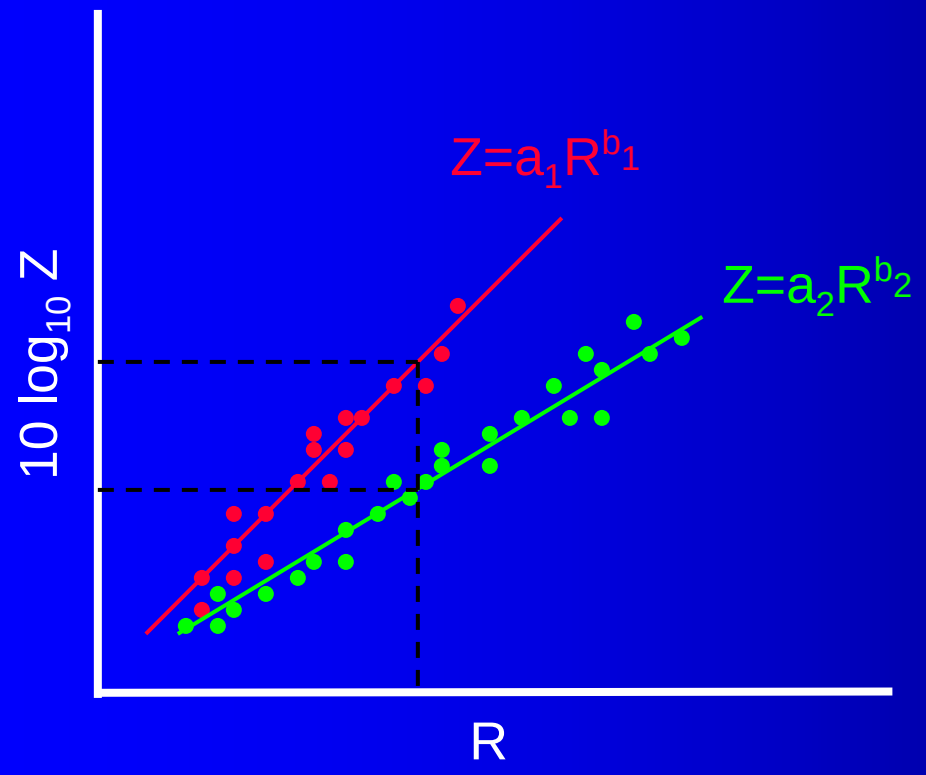


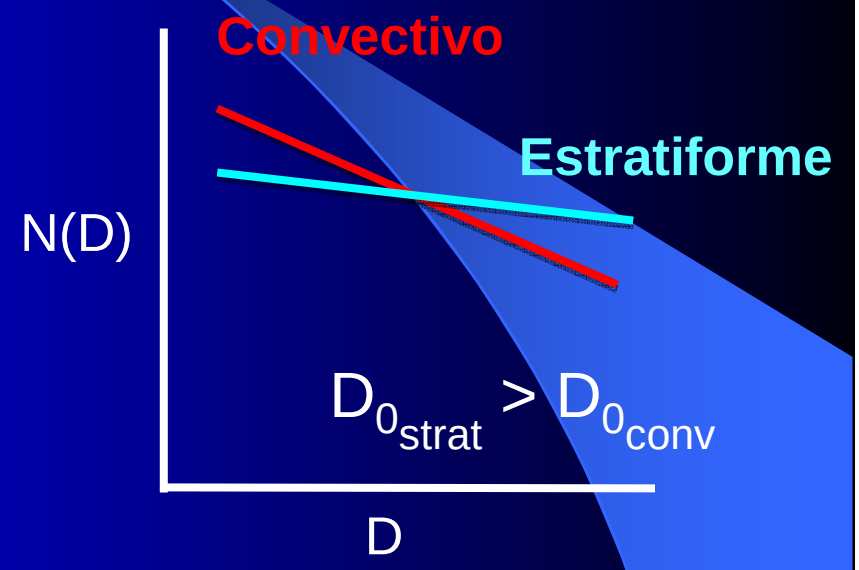
Fig. 7.19. Reflectivity (at horizontal polarization and 5.5 GHz) versus rain rate using normalized gamma fits to 3-minute averaged dsds from Darwin, Australia. Data are stratified into two different intervals of D_0: (•) represents the range $1.75 < D_0 < 2$ mm, (•) represents the range $1.25 < D_0 < 1.5$ mm.

- Evidências empíricas sugerem que existem diferenças intrínsecas entre as partições convectivas e estratiformes para um mesmo Z (Por que?) Por isso fazemos distinções entre as relações Z-R. Isto também é válido para diferentes tipos de chuva convectiva e estágios do ciclo de vida.

- A variabilidade da DSD e relações Z-R incorretas explicam em PARTE a estimativa de precipitação erradas.

Variabilidade de Z-R : Convectivo/Estratiforme





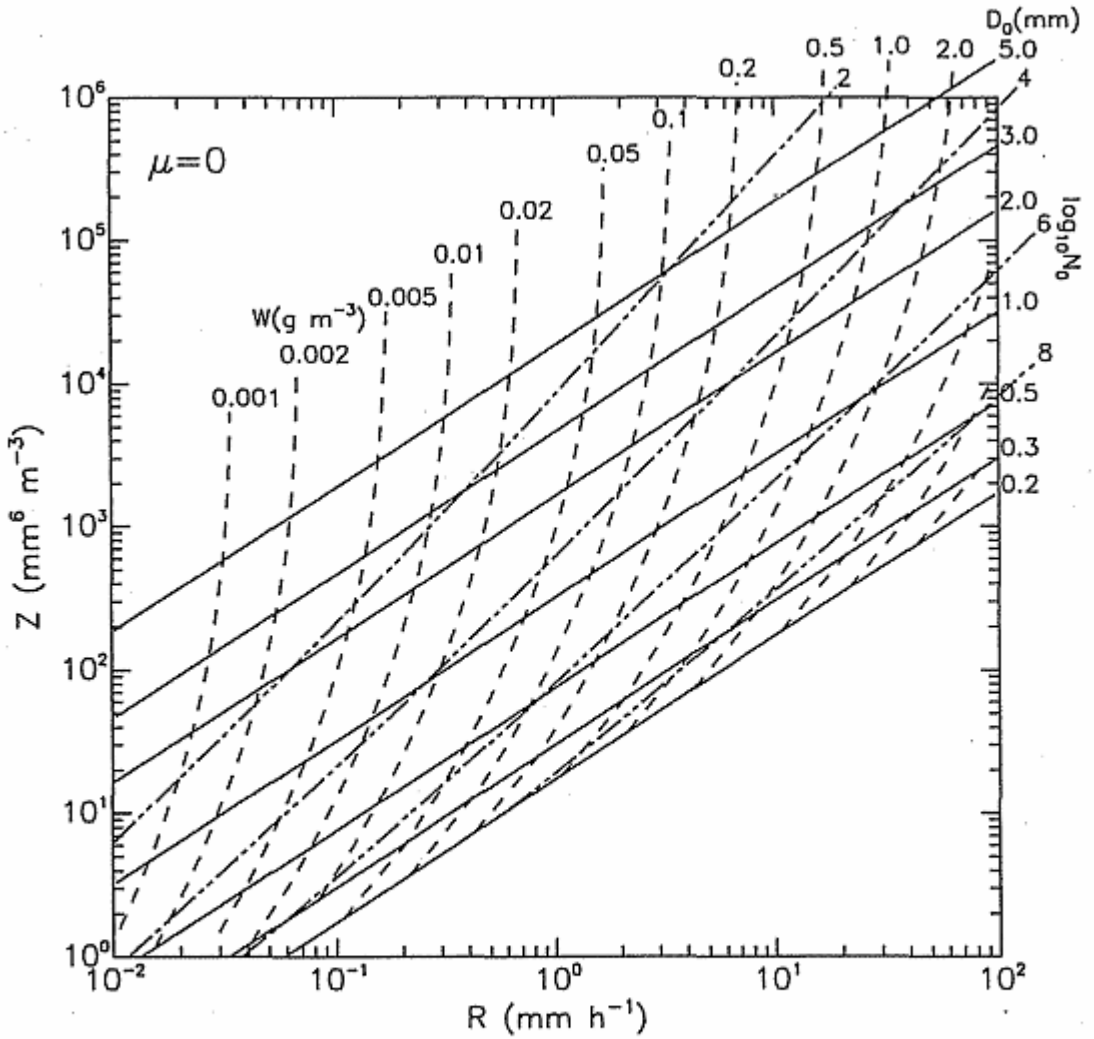


FIG. 10.1. Rain parameter diagram of Ulbrich and Atlas (1978) similar to that presented by Atlas and Chmela (1957) for an exponential RDSD. The solid, dashed, and dash–double-dotted lines are isopleths of median volume diameter D_0, liquid water concentration W, and exponential intercept parameter N_0. The isopleths are labeled with the values to which they correspond with the units of mm for D_0, g m^{-3} for W, and m^{-3} cm^{-1} for N_0.

Rosenfeld, Daniel, Carlton W. Ulbrich, 2003: Cloud Microphysical Properties, Processes, and Rainfall Estimation Opportunities. *Meteorological Monographs*, **30**, 237–237.

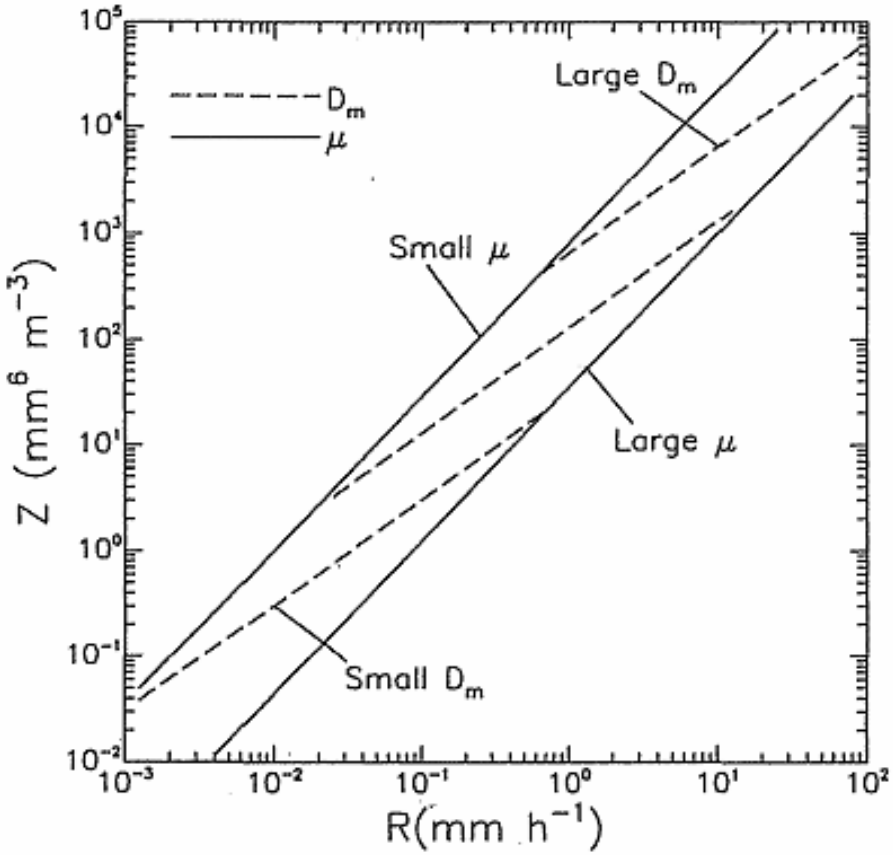
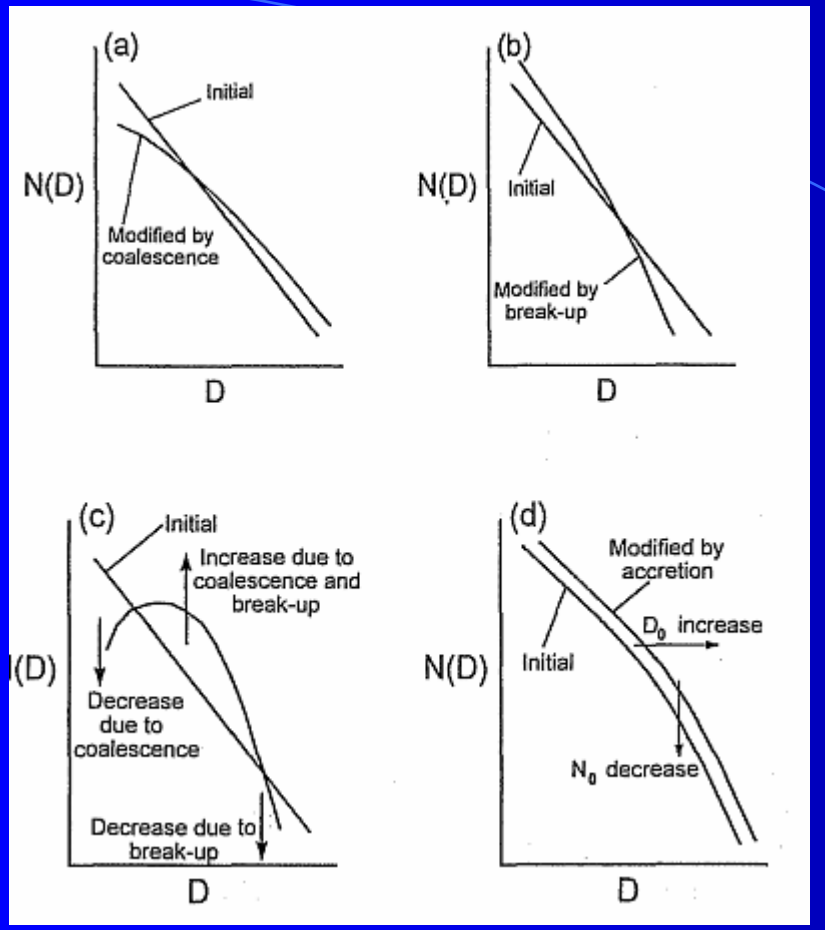
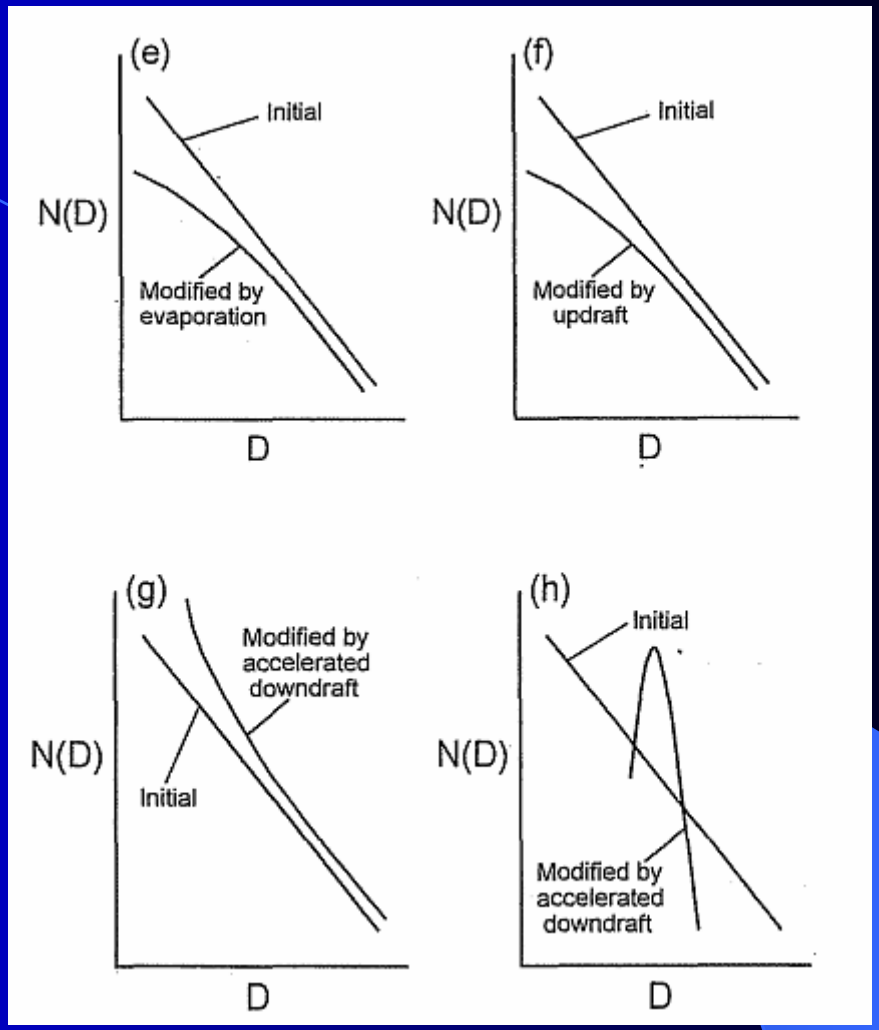


FIG. 10.2. The simplified rain parameter diagram for a gamma RDSD from Ulbrich and Atlas (1998). The solid lines are isopleths of the gamma distribution shape parameter μ, and the dashed lines are isopleths of the mean volume diameter D_m. The μ isopleths have slopes equal to that of the Z–R relation that applies to the dataset under consideration.

Rosenfeld, Daniel, Carlton W. Ulbrich, 2003: Cloud Microphysical Properties, Processes, and Rainfall Estimation Opportunities. *Meteorological Monographs*, **30**, 237–237.

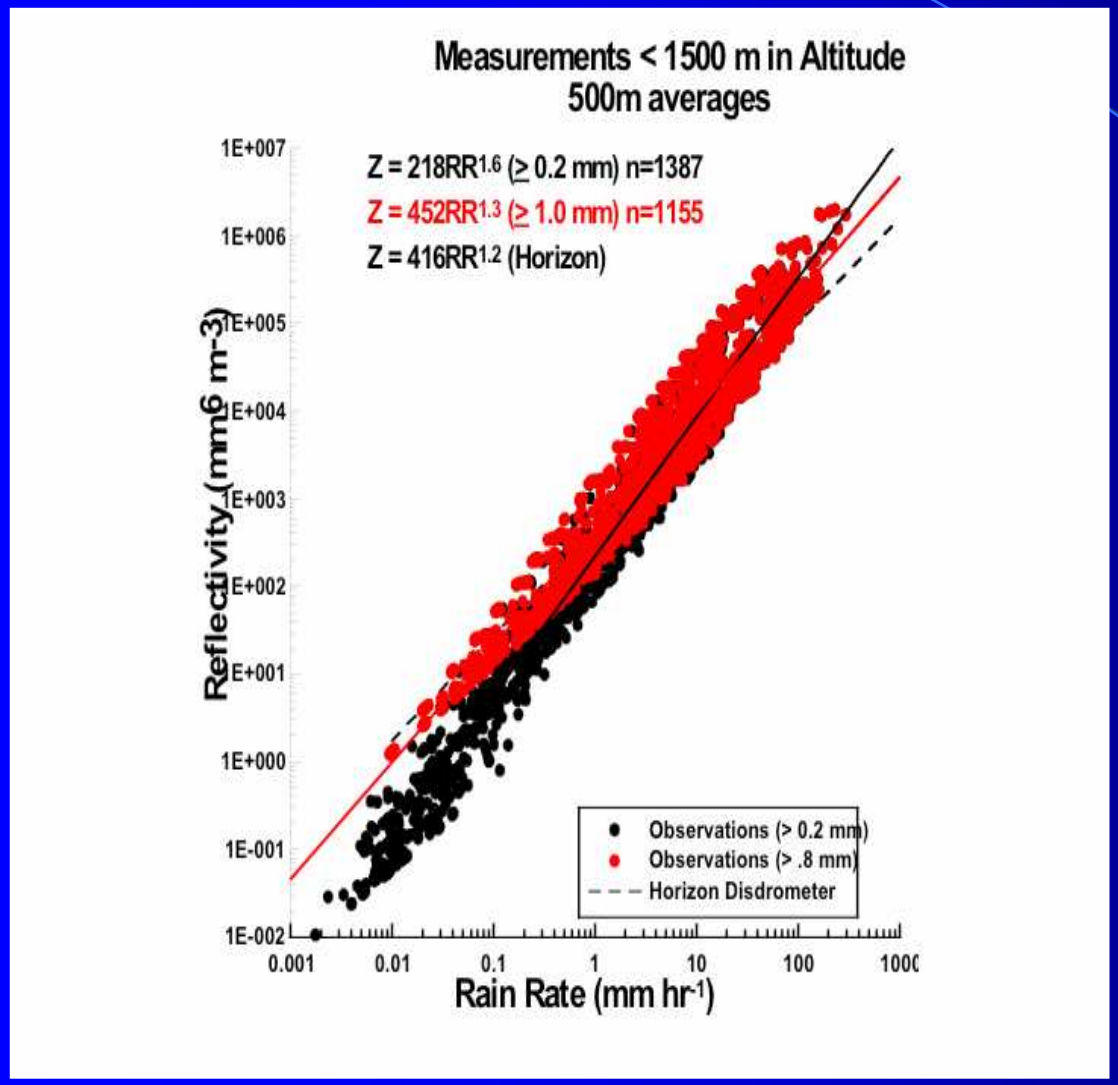




Rosenfeld, Daniel, Carlton W. Ulbrich, 2003: Cloud Microphysical Properties, Processes, and Rainfall Estimation Opportunities. *Meteorological Monographs*, **30**, 237–237.

FIG. 10.3. Schematic depictions of the effects of various processes on the shape of the RDSD. The processes illustrated are (a) raindrop coalescence, (b) raindrop breakup, (c) coalescence and breakup acting simultaneously, (d) accretion of cloud droplets, (e) evaporation, (f) an updraft, (g) an accelerated downdraft, and (h) size sorting.

Problemas nas medidas



As medidas utilizadas para obter a relação ZR são também um problema....!!

Medidas de avião (2D-P) truncadas a 1 mm são parecidas com as medidas de disdrômetro.

Porém para medidas com gotas pequenas??

Os disdrômetros tem problemas com gotas menores que 1 mm.

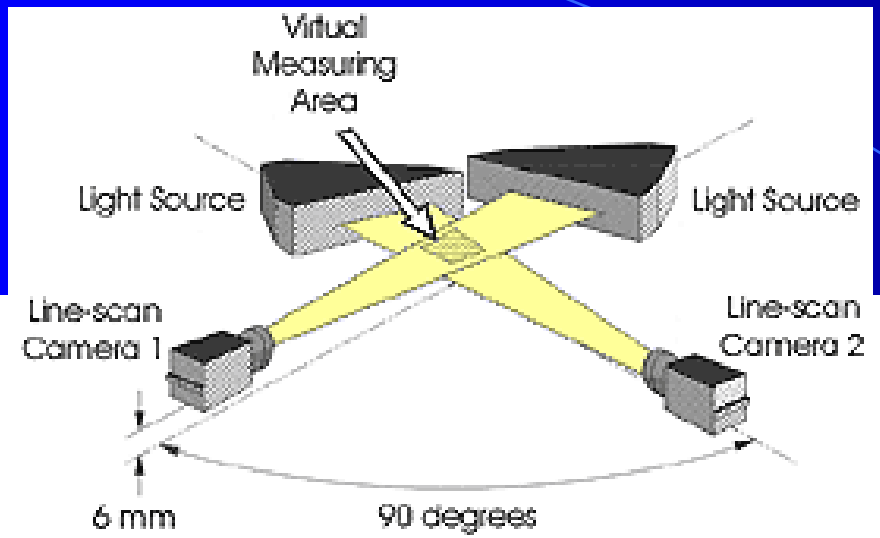
Pluviômetros basculantes

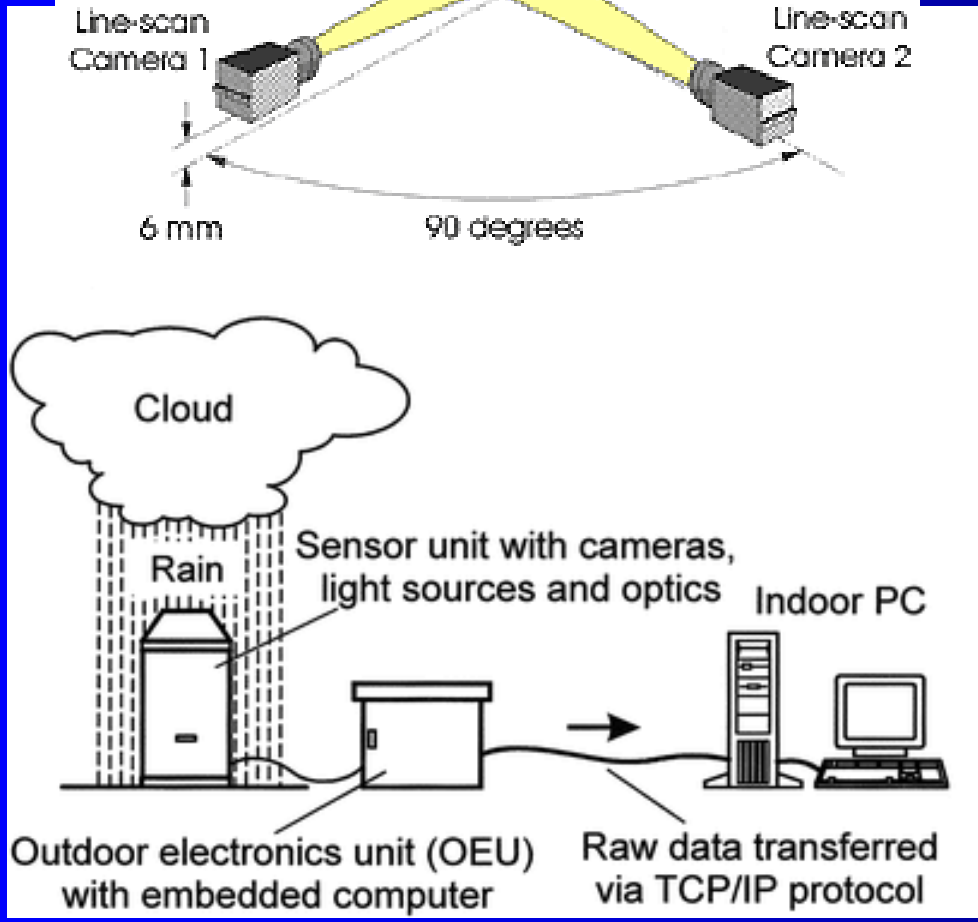
Especificações:
Saida: 0,1 segundo
Sensibilidade: 1 báscula → 0,254 mm
Acurácia: ± 2% até 5 mm/hr
Tamanho: 8" diâmetro x 13.75" altura

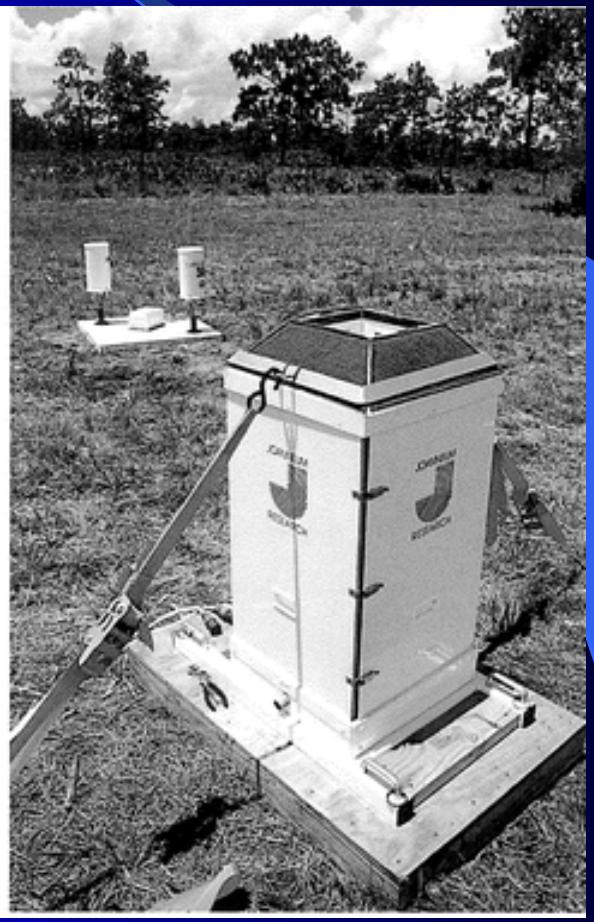
Disdrômetro Acustico

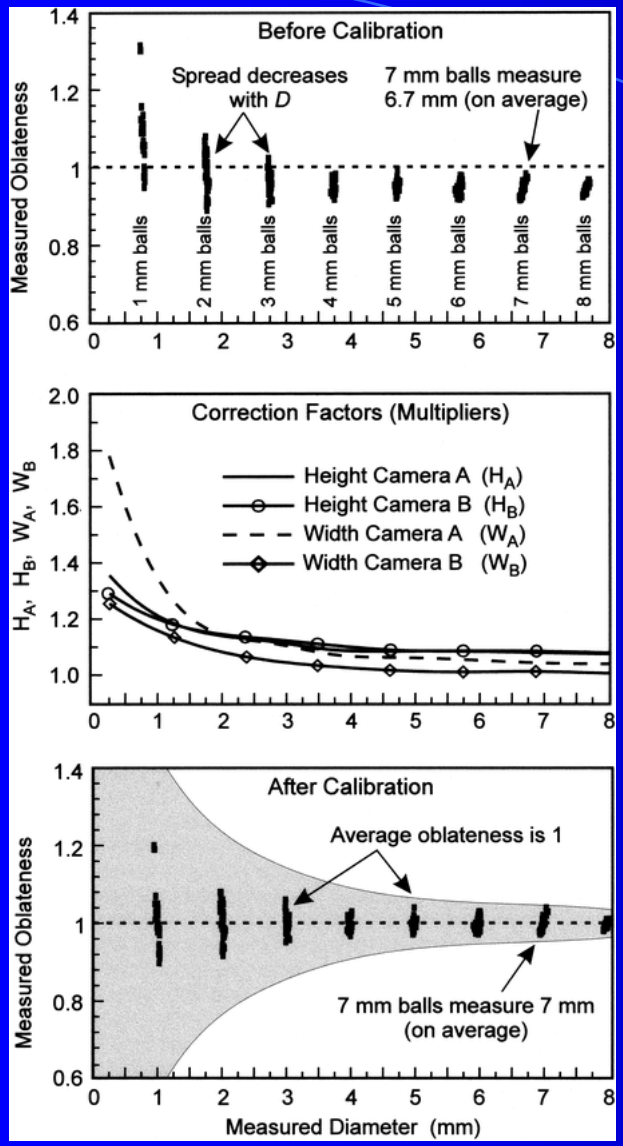
Menor tamanho medido ~ 0.5 mm

2DVD—Disdrômetro de Vídeo









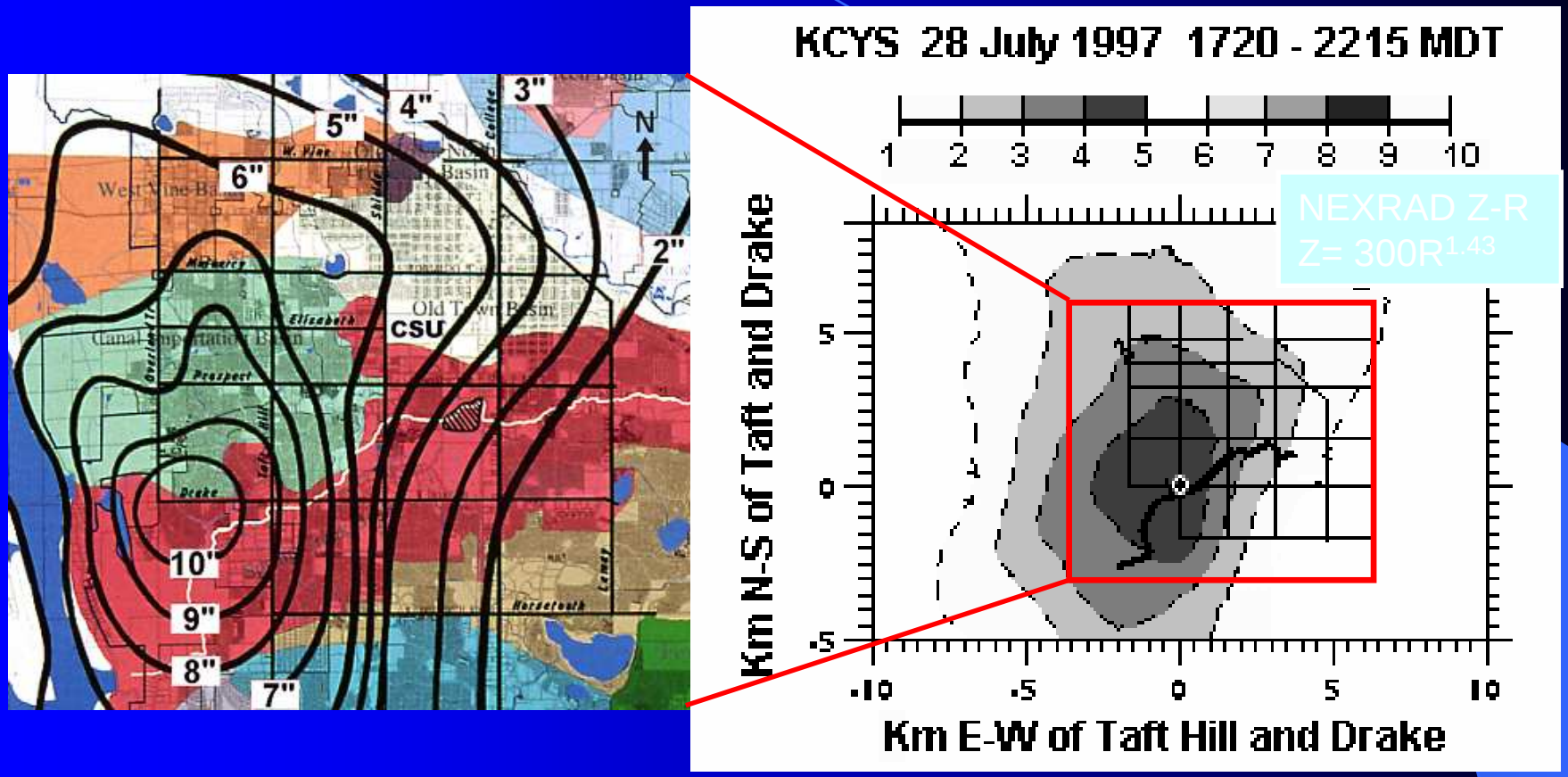
Determina tanto o tamanho como a forma.

Pluviômetros/Disdrômetros

- Problemas em se relacionar com um ponto com medidas volumétricas do radar;
- Evaporação
- Efeitos do vento
- Medidas com erros
- Temos sempre que instalar 2 pluviômetros e a uma alta densidade
- Não é facil instalar vários disdrômetros quando custam US$25-30 K cada um

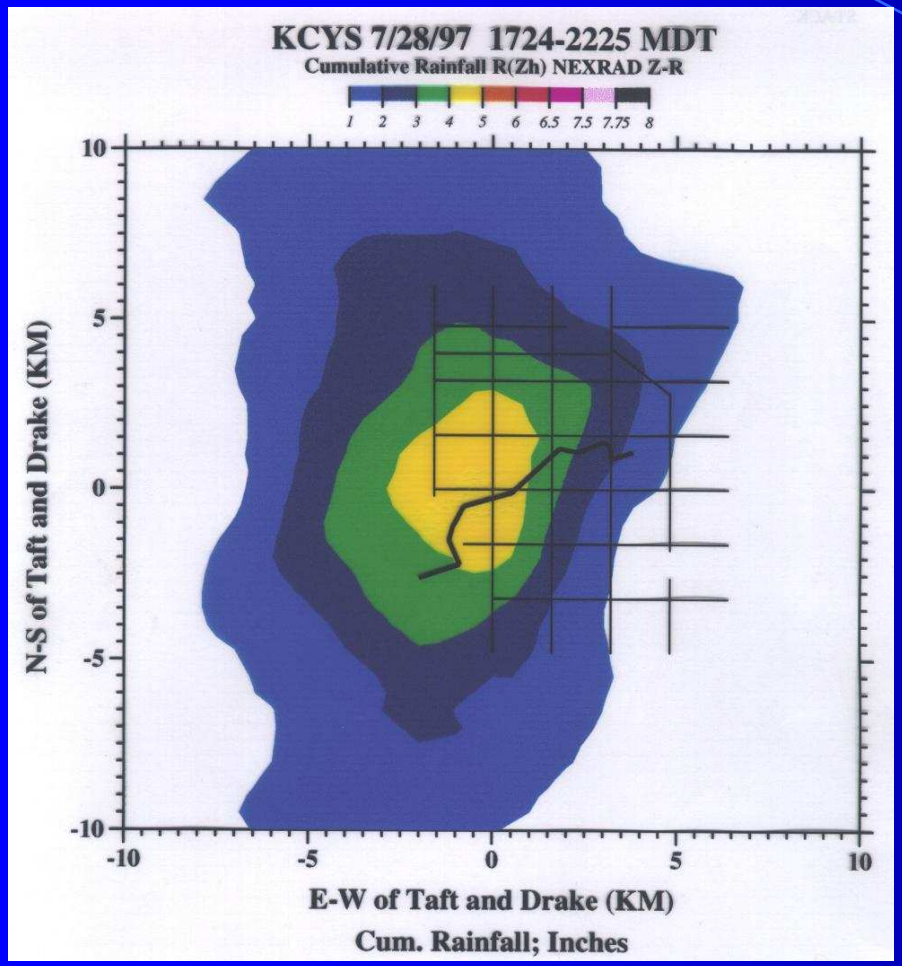
As relações Z-R podem ser bem úteis, mas é bem aceito e conhecido que a utilização "*CEGA*" de relações Z-R em hidrologia não são recomendadas.

Por exemplo, considere os dois mapas abaixo. Tivemos uma sub-estimava de pelo menos 2X!!! O que aconteceu!!

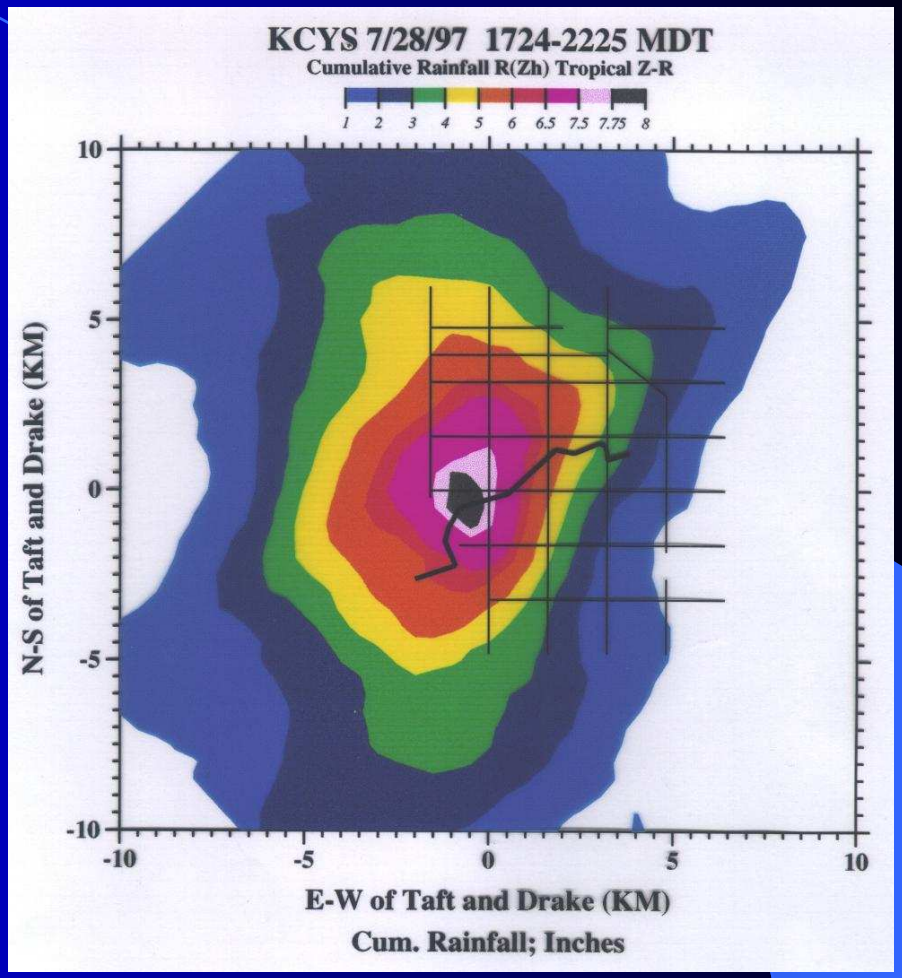


Enchente em Fort Collins. Neste evento, não foi detectado nenhum problema de calibração do radar (mas é comum isso ocorrer). A relação ZR do NEXRAD subestima a precipitação tropical em 2X. O escritório de Denver tinha autorização para utilizar a relação tropical (Z = 250 R1.2) sob certas condições atmosféricas.

Enchente de Fort Collins



Z-R NEXRAD



Z-R Tropical

Implicações de Calibração

Corrigido **Não Corrigido**

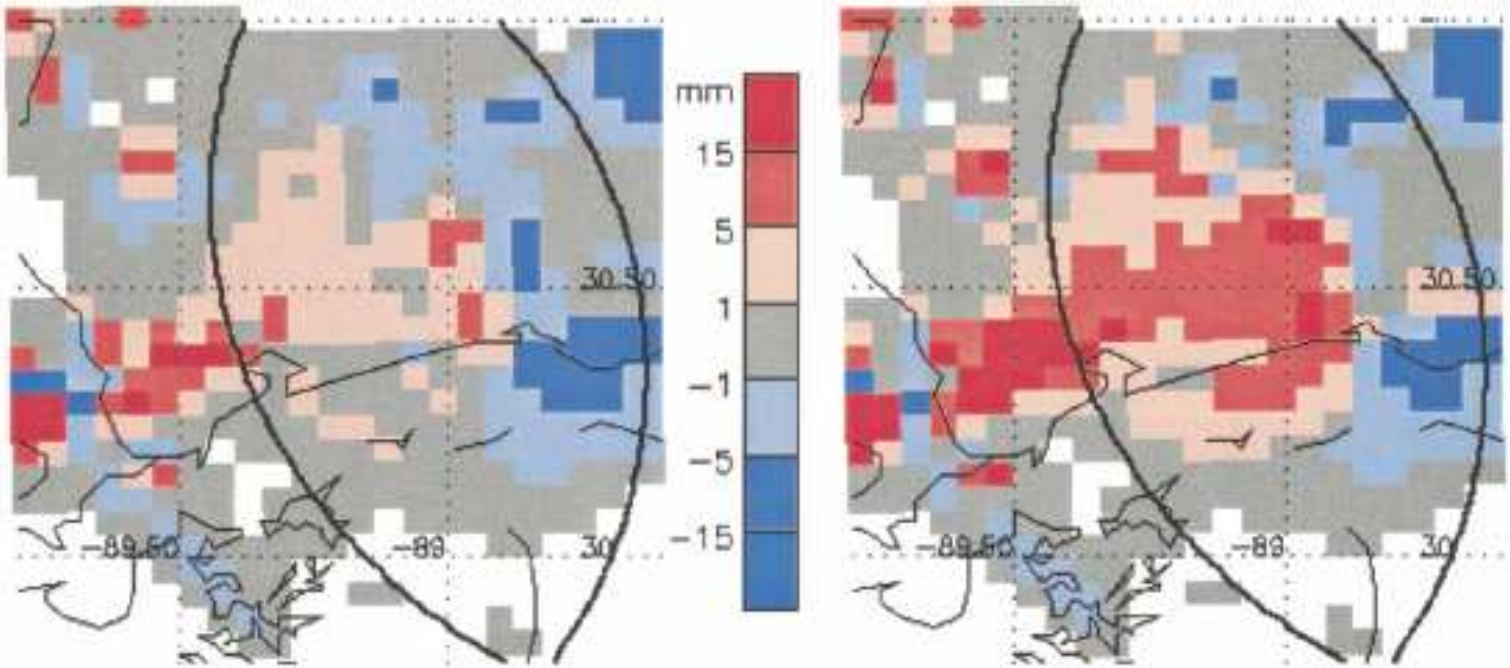


FIG. 9. Storm total rainfall accumulation differences between two WSR-88D radars (KMOB and KLIX). The left panel corresponds to reflectivity values corrected using the bias-adjustment factor evaluated from the 21 Jun 1998 matched case, while the right panel corresponds to unadjusted radar data. The solid lines represent the 150-km radar ranges.

The Use of TRMM Precipitation Radar Observations in Determining Ground Radar Calibration Biases

EMMANOUIL N. ANAGNOSTOU, CARLOS A. MORALES, AND TUFA DINKU

Department of Civil and Environmental Engineering, University of Connecticut, Storrs, Connecticut

ANAGNOSTOU, E. ; Morales, C. A. R. ; DINKU, T. . On the use of TRMM Precipitation Radar observations in determining ground radar calibration biases. Journal Of Atmospheric And Oceonography Technology, v. 18, n. 4, p. 616-628, 2001.

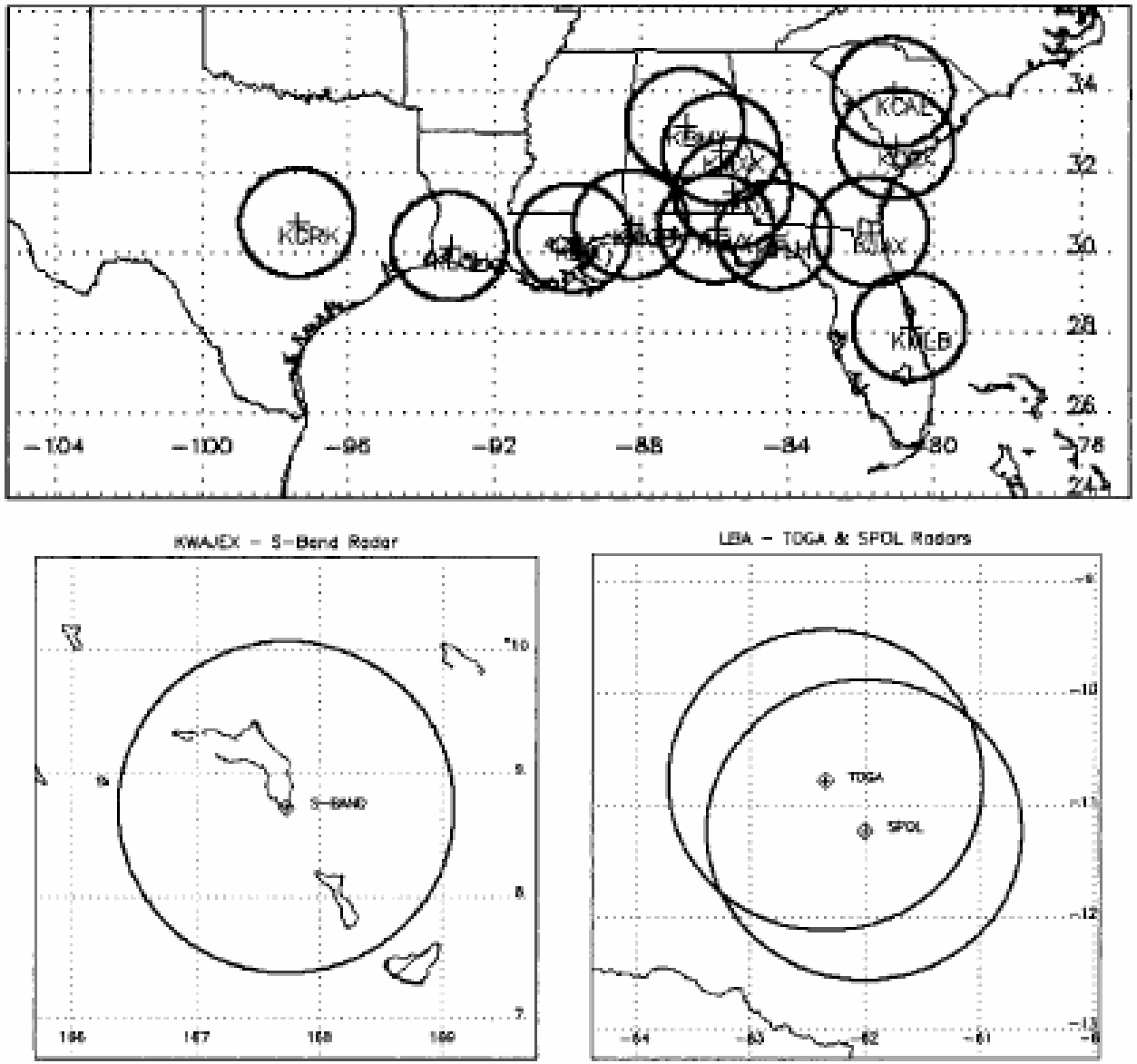


FIG. 1. The selected WSR-88D sites (upper panel), the KWAJEX S-band radar site (lower right panel), and the SPOL and TOGA sites in LBA (lower right panel) with circles corresponding to 150-km range.

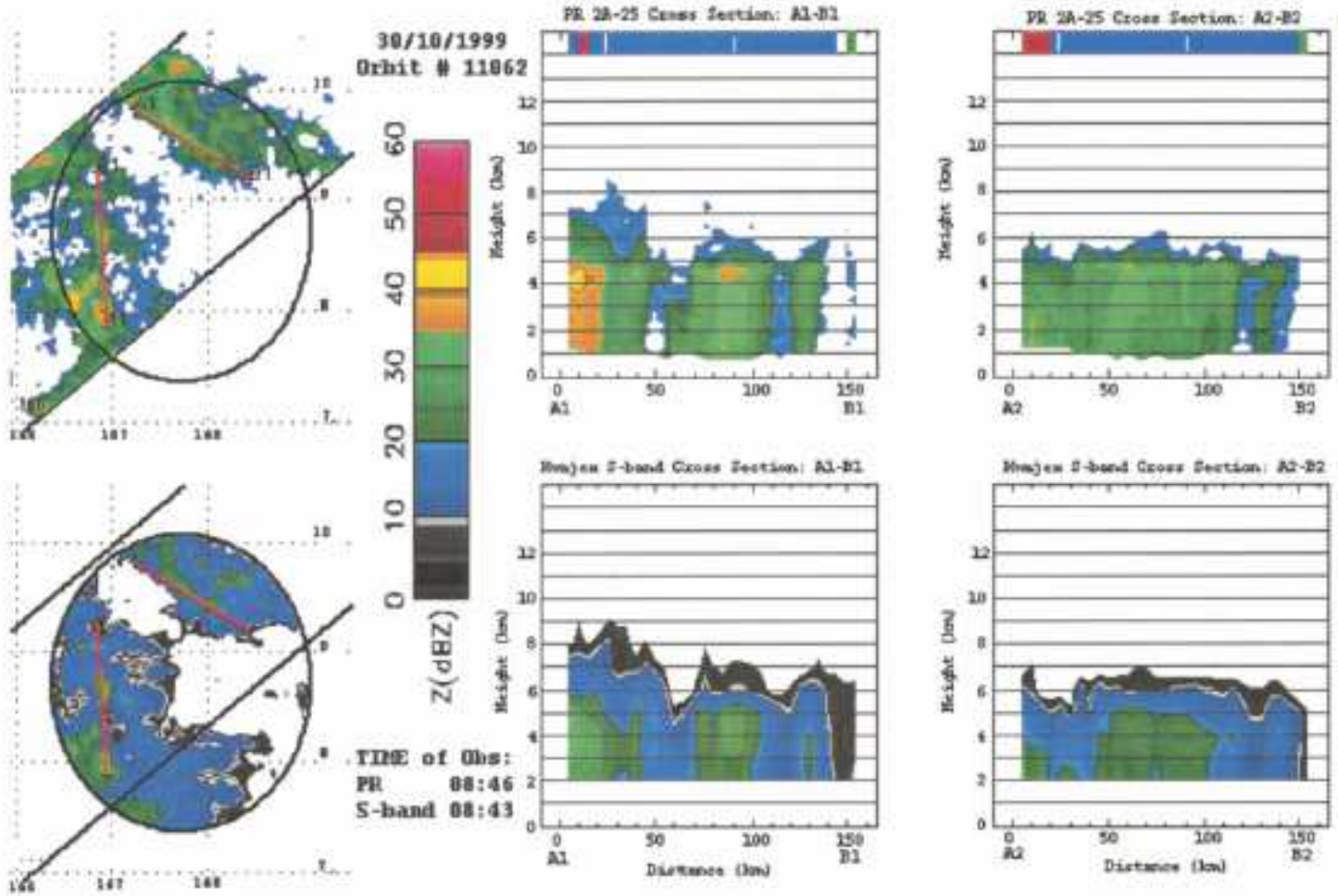


FIG. 3. Comparison of reflectivity fields at 3-km CAPPI and two vertical cross sections from the attenuation corrected PR (2A-25) and the KWAJEX S-band for the 30 Oct 1999 matched case. The color bar on the top of cross sections shows the precipitation type derived from TRMM 2A-23 algorithm (red: convective; green: stratiform; and blue: mixed type). The PR and ground radar vertical resolutions are 0.25 and 1 km, accordingly.

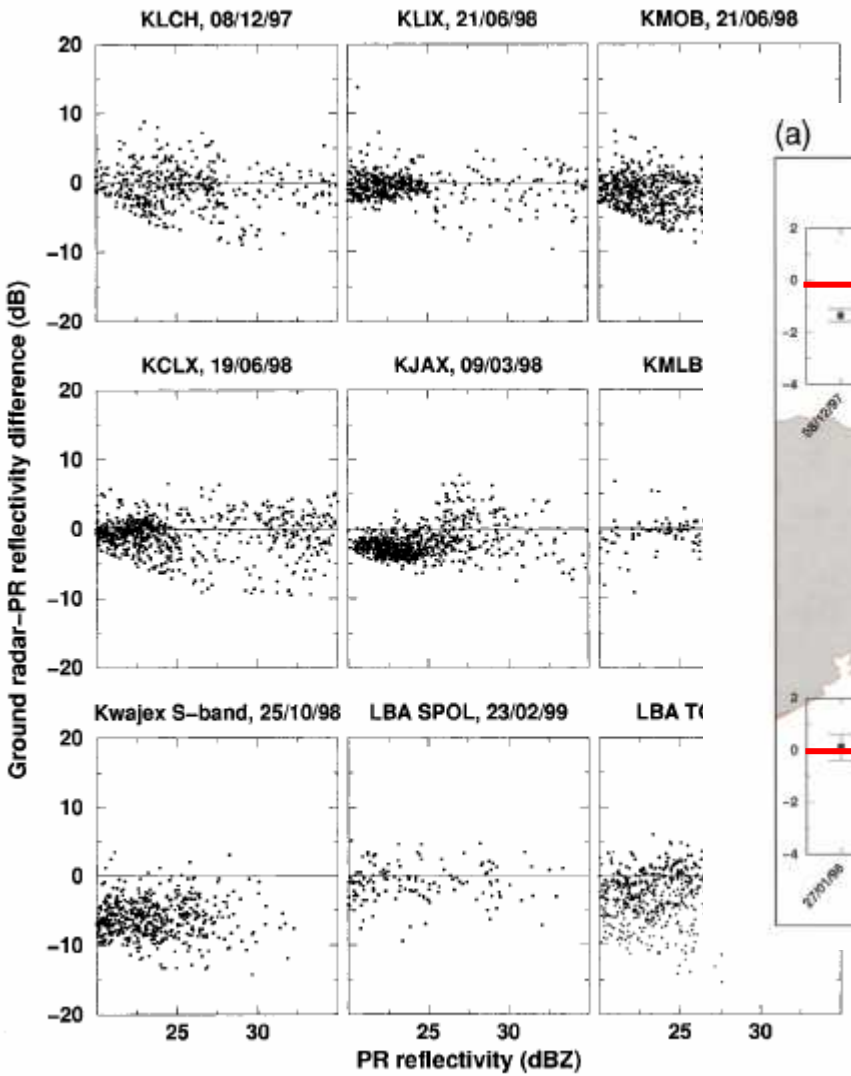
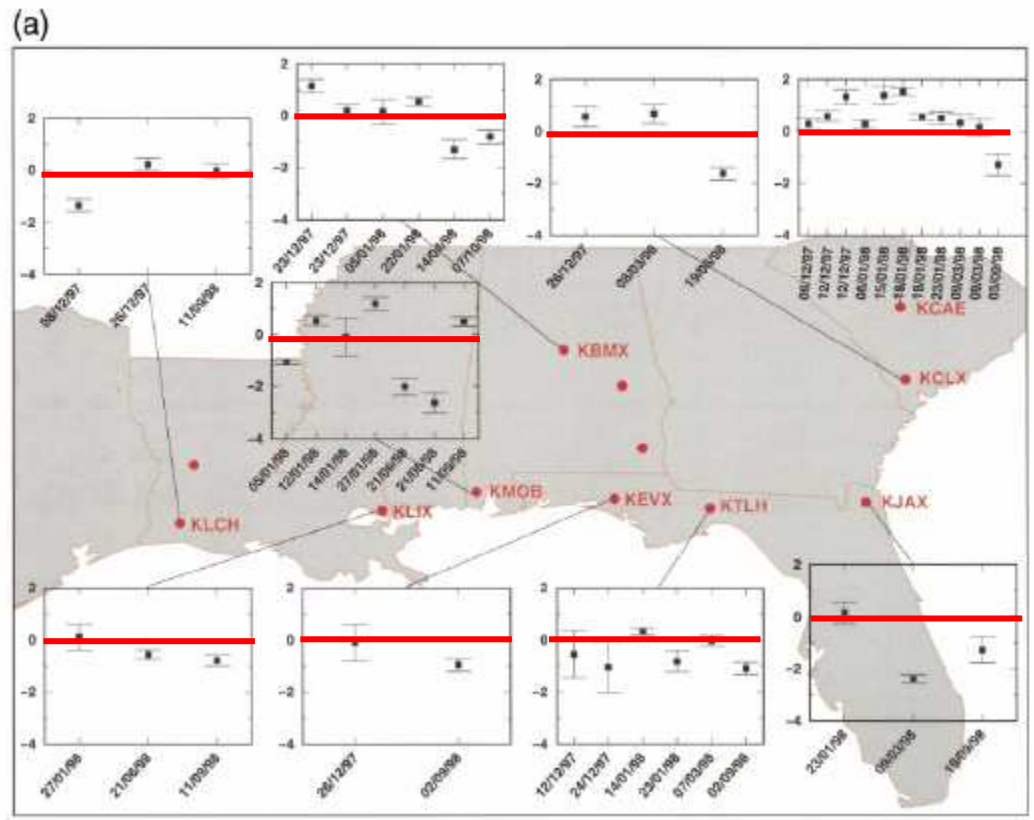


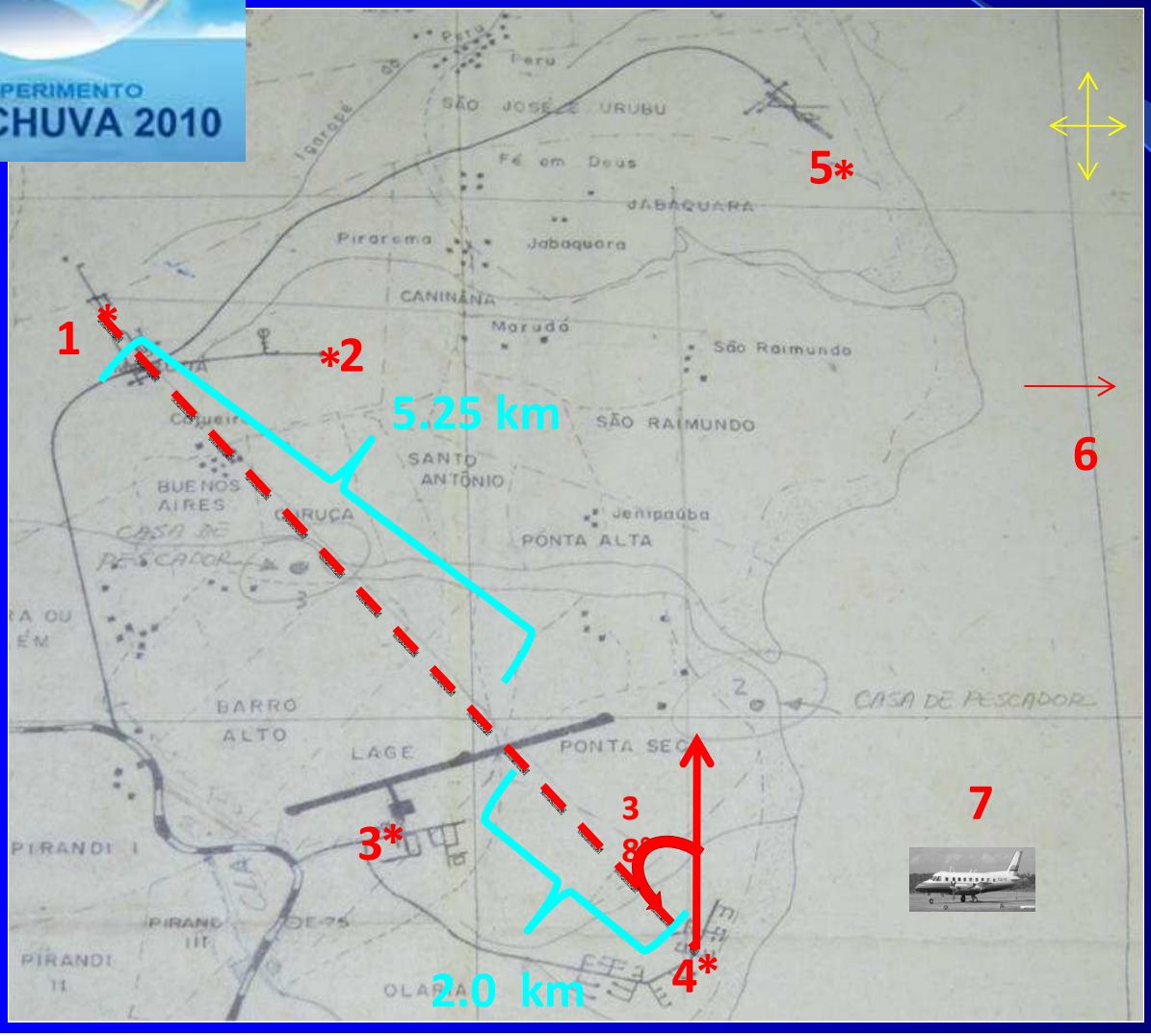
FIG. 6. Scatterplots of reflectivity differences vs the corresponding PR reflectivity values for the cases presented in Fig. 5.



Implicações de Calibração e Atenuação

Banda X

Sítios



1 – RADAR

2 – INPE Facilities

3 – Airport

4 – Delta Village

5 – Anemometric Tower

6 – UEMA

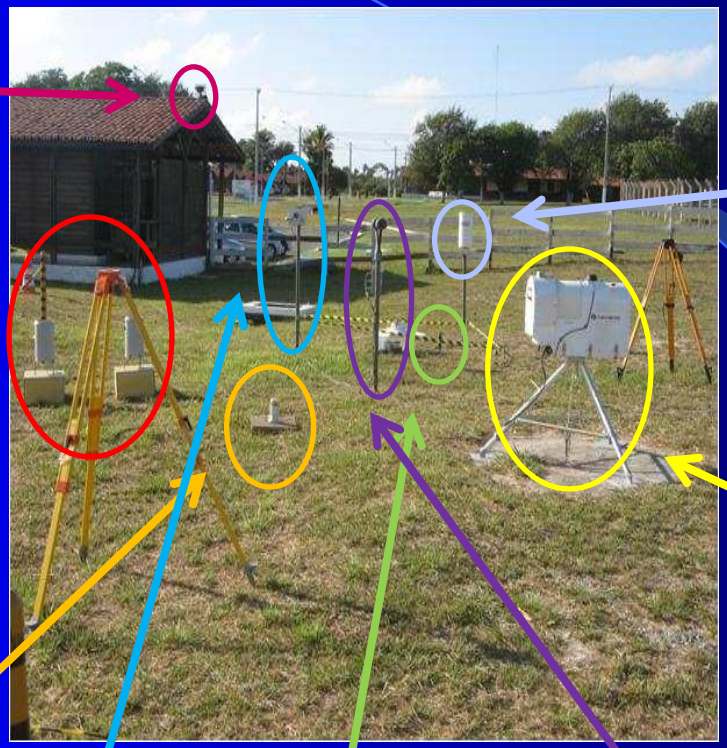
7 – UECE Airplane

Instrumentation
Airport Site

GPS

2 NASA
Rain Gauges

JOSS
Disdromete



THIES
Disdrometer

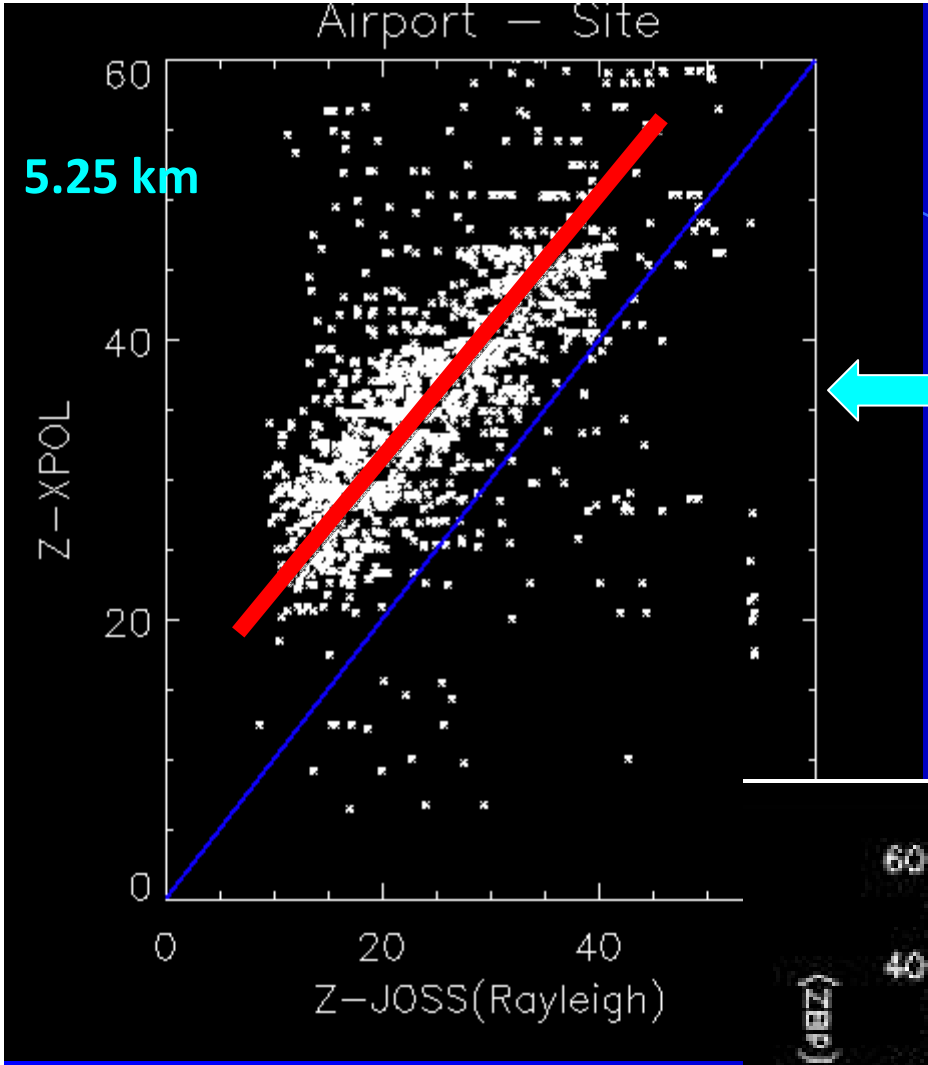
Soil Moisture

Parsivel
Disdrometer

INPE Rain

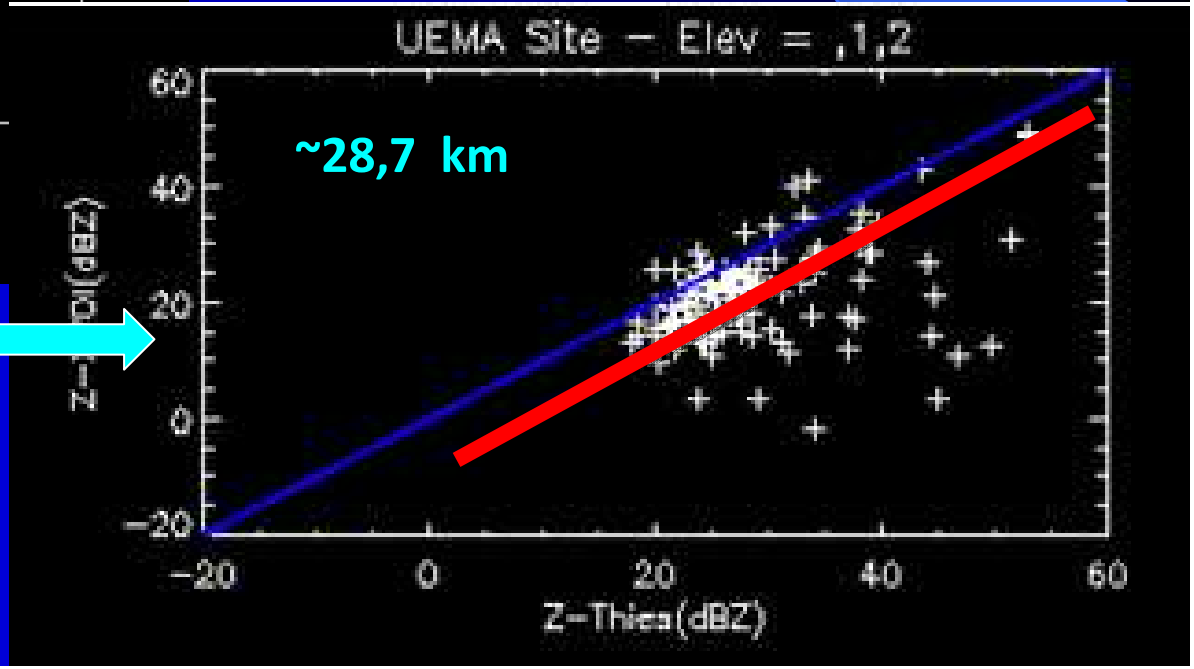
MP3000A
Radiometer

LIDAR



JOSS - Aeroporto
11.64 a 13.99 dBZ
super-estima

Bias



Thies - UEMA
-3,71 a -6.57 dBZ
sub-estima

Bias + Atenuação