

EXERCÍCIOS PARA ESTUDO – PROVA 2 - 2019

1. Calcule a taxa de variação da circulação em um quadrado no plano x,y com extremidades em $(0,0)$, $(0,L)$, (L,L) , $(L,0)$ sabendo que o gradiente de temperatura aponta para leste e é de $2\text{ }^{\circ}\text{C}/100\text{ km}$ e a pressão aumenta para sul na razão de $2\text{ hPa}/100\text{ km}$. Calcule a taxa para $L=2000\text{ km}$ e a pressão em $(0,0)$ igual a 970 hPa . Qual o sentido da circulação nesse caso?
2. Uma corrente de oeste em 30°S sobre o Oceano Pacífico tem vento zonal que aumenta para sul em 5 m/s a cada 200 km . Supondo uma situação barotrópica, qual será a vorticidade absoluta de uma parcela de ar quando chegar ao topo dos Andes a 4 km de altura? Qual será a latitude dessa parcela se no topo da montanha o movimento for retilíneo?
3. Na latitude de 30°S , o módulo do gradiente de pressão é de $10\text{ hPa}/1000\text{ km}$ e do raio de curvatura das trajetórias das parcelas de ar é de 800 km . Qual o vento geostrófico e quais as possíveis soluções para o vento gradiente? Compare seu resultado para o vento gradiente com o resultado para o vento geostrófico.
4. Considerando a equação da vorticidade:
 - a. quais os termos que são responsáveis pela geração/destruição da vorticidade e quais são responsáveis pelo deslocamento espacial dos padrões de vorticidade?
 - b. Defina o que se entende por termo linear e não linear. Quais termos da equação da vorticidade são lineares e quais são não lineares? Qual a diferença entre termos lineares e não lineares?
5. Calcule a taxa de variação da circulação num quadrado no plano (x,y) com lado $L = 2000\text{ km}$ no qual a temperatura aumenta para oeste na razão de $2\text{ }^{\circ}\text{C}/100\text{ km}$ e a pressão aumenta para sul na razão de $2\text{ hPa}/100\text{ km}$, sabendo que a pressão na extremidade noroeste do quadrado é de 950 hPa . Se essa taxa de variação da circulação for constante no tempo e durar 10 hrs , qual a velocidade atingida e qual o sentido da circulação?
6. Um escoamento de oeste em 30°S é forçado a subir uma montanha orientada no sentido norte-sul. Antes de chegar à montanha a vorticidade relativa é de $-1 \times 10^{-5}\text{ s}^{-1}$. O topo da montanha está a 700 hPa e a tropopausa está em 200 hPa . Qual a vorticidade relativa quando o ar passar pelo topo da montanha se houver um deslocamento de 500 km para norte da latitude inicial? A vorticidade relativa inicial pode ser de curvatura e/ou cisalhamento?
7. A velocidade tangencial em alguns furacões tem a seguinte relação com a distância ao centro:

$$V = V_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \quad \text{para } r \geq r_0.$$

Suponha que o furacão está em balanço de vento gradiente.

- a) Lembrando que o furacão é um ciclone que está no hemisfério norte, qual o sentido de rotação?

- b) Na expressão do vento gradiente aparece o gradiente de pressão escrito como $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}$. Escreva a expressão do vento gradiente com o gradiente de pressão escrito em função de r .
- c) Qual a diferença de pressão entre $r = r_0$ e $r \rightarrow \infty$? Use $V_0 = 50 \text{ m/s}$, $r_0 = 50 \text{ km}$ e $f = 5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$.
- d) A que distância do centro do furacão a força centrífuga é igual à força de Coriolis?
8. Um Complexo Convectivo de Mesoescala (CCM) frequentemente evolui para se tornar um vórtice ciclônico. Faça o balanço de vorticidade para um CCM considerando que a escala horizontal típica é de 100 km. Para as demais variáveis use

$$U \sim 10 \text{ m/s}, W \sim 10 \text{ cm/s}, H \sim 10 \text{ km}, \Delta p \sim 10 \text{ hPa}, \rho \sim 1 \text{ kg/m}^3, \Delta p / \rho \sim 10^{-2},$$

$$f_0 \sim 10^{-4} \text{ s}^{-1}, \beta \sim 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}.$$

Verifique quais os termos dominantes e discuta eventuais diferenças com o caso de grande escala de latitudes médias.

9. Explique o que é uma atmosfera barotrópica e a diferença desta com relação a uma atmosfera baroclínica.
10. Deduza a expressão da vorticidade relativa em coordenadas naturais: $\zeta = \frac{V}{R_S} - \frac{\partial V}{\partial n}$ e explique fisicamente o sinal de cada um dos termos e o que significa em termos de rotação.
11. Um escoamento zonal na latitude de 30 °S encontra a Cordilheira dos Andes e sobe adiabaticamente até a altura de 600 hPa descendo depois do outro lado. Antes de atingir a montanha o vento varia linearmente com a direção norte-sul aumentando para sul na razão de 5 m/s a cada 100 km. A tropopausa está localizada em 200 hPa. Qual a vorticidade relativa e a vorticidade absoluta da parcela de ar antes de encontrar a montanha? Qual é a vorticidade relativa se ao atingir o topo da montanha a parcela estiver a 10° de latitude para norte de sua latitude original? Se a parcela ao atingir o topo da montanha tem velocidade de 15 m/s e continua tendo uma vorticidade de cisalhamento igual a do instante inicial qual será seu raio de curvatura no topo da montanha? Seu movimento será no sentido horário ou anti-horário?
12. Defina os seguintes termos explicando os conceitos envolvidos.
- Atmosfera barotrópica e atmosfera baroclínica
 - Circulação absoluta e relativa
 - Atmosfera incompressível e atmosfera inelástica
13. Um tornado gira com velocidade angular constante ω . A uma distância r_0 do centro do tornado a pressão é p_0 . A temperatura é constante e igual a T_0 .
- Explique qual o balanço de forças num tornado.
 - Deduza uma expressão para a pressão no centro do tornado
 - Se $r_0 = 200 \text{ m}$, $T_0 = 300 \text{ K}$, $p_0 = 990 \text{ hPa}$ e a velocidade do ar a 200 m do centro for igual a 120 m/s, calcule a pressão no centro do tornado.

- d. Se o tornado se move a 25 km/hr, qual a tendência local da pressão associada à passagem do tornado?
14. Determine a circulação num quadrado horizontal de lado L sabendo que a velocidade do vento é dada por

$$\vec{V} = (u, v)$$

$$u = Ax + By + C$$

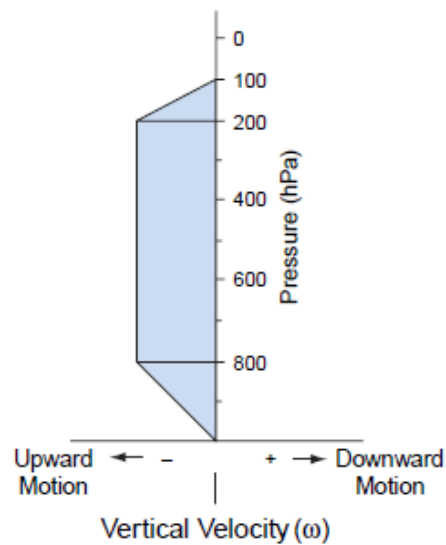
$$v = Dx + Ey + F$$

Deduza a condição para que a circulação resultante seja no sentido anti-horário.

Qual a vorticidade nesse quadrado?

15. Dado o perfil de ω , velocidade vertical em coordenada p, na figura abaixo, faça um gráfico esquemático da divergência horizontal em coordenada-p $\nabla_p \cdot \vec{V}$.

Sabendo que $\nabla_p \cdot \vec{V}$ em 1000 hPa é 10^{-5} s^{-1} , calcule a velocidade ω em 800 hPa e $\nabla_p \cdot \vec{V}$ em 100 hPa.



16. Dada a equação da vorticidade:

$$\frac{d}{dt}(\zeta + f) = -(\zeta + f) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} \right)$$

- a. Descreva o mecanismo físico de cada um dos termos do lado esquerdo e do lado direito dessa equação

- b. Faça a análise de escala dessa equação supondo o caso de um furacão com as seguintes dimensões: $U=50$ m/s, $W=100$ cm/s, $L=100$ km; $H=10$ km; $\delta p = 50$ hPa; $f_0=10^{-5}$ s⁻¹; $\delta\rho/\rho = 0,01$; $\beta = 10^{-11}$ m⁻¹s⁻¹.
- c. O que você pode concluir dessa análise?

17. Conhecendo a equação da vorticidade simplificada pela análise de escala para latitudes médias dada por

$$\frac{d_h}{dt}(\zeta + f) = -f \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

Deduza a equação que define a velocidade de fase das ondas de Rossby, justificando suas suposições.

18. Um escoamento zonal de oeste atinge uma cadeia de montanhas na latitude de 30 °S e é forçada a subir num processo adiabático. Antes de atingir a montanha a pressão é de 1000 hPa, o topo da montanha está a 700 hPa e a tropopausa está a 200 hPa. Inicialmente o escoamento de oeste tem variação de velocidade de tal forma que aumenta para norte na razão de 10 m.s⁻¹/1000 km.

- a. Qual o valor da vorticidade relativa e da vorticidade absoluta iniciais do ar?
- b. Qual a vorticidade relativa do ar no topo da montanha se foi defletido em 5 ° para norte de sua latitude original?
- c. Se ao atingir o topo da montanha a velocidade da corrente de ar é uniforme e igual a 20 m.s⁻¹, qual o raio de curvatura do escoamento nesse ponto?

19. A uma distância de 100 km do centro de um furacão o vento tem velocidade de 50 m/s. Suponha que o vento gradiente que descreve o balanço de forças em coordenadas cilíndricas no nível de 900 hPa é dado por

$$\frac{V^2}{r} + fV = \frac{\partial\phi}{\partial r}$$

Suponha também que em 500 hPa $\frac{\partial\phi}{\partial r} = 0$ e que o furacão se encontra na latitude de 15 °N.

- a) Determine o gradiente horizontal de geopotencial em 900 hPa.
- b) Determine a diferença horizontal de temperatura média na camada de 900 a 500 hPa entre o centro do furacão e o ambiente.
- c) Com base em seu resultado descreva o mecanismo de intensificação de um furacão denominado CISK – “Conditional Instability of the Second Kind”.

20. Sabendo que a velocidade horizontal é dada por

$$V = (u, v) \text{ com } u(x, y) = ax + by + c \text{ e } v(x, y) = dx + ey + f$$

Com a, b, c, d, e, f constantes.

- a) Determine a circulação para um quadrado de lado L no plano (x,y).
- b) Determine a vorticidade relativa.
- c) Qual a relação entre vorticidade e circulação?

21. Dada a componente vertical da equação da vorticidade em coordenada z

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\vec{V} \cdot \nabla(\zeta + f) - w \frac{\partial \zeta}{\partial z} - (\zeta + f) \nabla \cdot \vec{V} - \iint k \cdot (\nabla \alpha \times \nabla p) dA + k \cdot \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \times \nabla w \right)$$

onde $\vec{V} = (u, v)$, A é uma área horizontal e k é o versor vertical

- a) Interprete fisicamente cada um dos termos.
- b) Conhecendo as escalas típicas associadas a um complexo convectivo de mesoescala em latitudes subtropicais, dadas abaixo, determine qual a equação da vorticidade aproximada, válida para esse caso.

Velocidade horizontal	U	~ 10 m/s
Velocidade vertical	W	~ 10 cm/s
Escala de comprimento	L	100 km
Escala de altura	H	10 km
Variação da pressão na horizontal	Δp	10 hPa
Variação da densidade	$\Delta \rho / \rho$	10^{-2}
Densidade	P	$1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Coriolis	f	10^{-4} s^{-1}
Parametro β	B	$10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$

22. a) Sabendo que um fluido é barotrópico e incompressível, deduza a equação de conservação da vorticidade potencial.
- b) Usando a conservação da vorticidade potencial explique a formação de um cavado do lado leste da Cordilheira dos Andes quando um escoamento zonal de oeste atinge as montanhas.