

3. Radiação Solar

3.1. O Sol

Sendo a estrela mais próxima da Terra, o Sol constitui a principal fonte de energia do planeta. Para se ter uma idéia, ele está 300.000 vezes mais perto do que a segunda estrela mais próxima da Terra [Liou, 1980]. A distância média Terra-Sol é denominada unidade astronômica e vale:

$$\bar{d} = 149597870 \pm 2 \text{ km} = 1 \text{ UA}$$

Na maioria das aplicações é suficiente arredondar esse valor para $1,496 \times 10^{11} \text{ m}$. Devido à órbita elíptica da Terra ao redor do Sol, a distância solar varia entre $1,471 \times 10^{11} \text{ m}$ no periélio, em janeiro, a $1,521 \times 10^{11} \text{ m}$ no afélio, em julho.

Sua massa é da ordem de $(1,9891 \pm 0,0012) \times 10^{30} \text{ kg}$, sendo constituído basicamente por hidrogênio (75% de sua massa) e hélio além de alguns elementos mais pesados como ferro, silício, neônio e carbono. Sua temperatura decresce de aproximadamente $5 \times 10^6 \text{ K}$ em sua parte central a 5780 K na superfície. A densidade do sol também diminui rapidamente com o aumento da distância ao centro. A densidade central é da ordem de 150 g cm^{-3} e na superfície vale $10^{-7} \text{ g cm}^{-3}$, apresentando uma densidade média de aproximadamente $1,4 \text{ g cm}^{-3}$. O Sol possui raio de $(6,9626 \pm 0,0007) \times 10^8 \text{ m}$.

Sua fonte de energia está associada à fusão termonuclear de átomos de hidrogênio para hélio, que acontece no interior do Sol. Nesse processo são emitidos fótons altamente energéticos, de forma que a transferência de energia da parte mais interna até a superfície é realizada basicamente por meio de radiação eletromagnética. Essa radiação é absorvida e re-emitida por átomos e gases que constituem as camadas mais externas do Sol. Ao se aproximar da superfície os gases quentes, ao entrar em contato com camadas mais frias, sofrem expansão e tendem a ascender. Os gases mais frios por sua vez sofrem movimentos descendentes. Essa zona é denominada zona de convecção e a transferência de energia ocorre parcialmente por convecção e parcialmente por radiação eletromagnética. Finalmente, acima da superfície, o transporte de energia é novamente realizado por meio de radiação eletromagnética. É dessa forma que a Terra recebe energia do Sol. Integrada em

todo o espectro eletromagnético, a irradiância do Sol à distância média Terra-Sol, denominada constante solar ϵ_o ⁸, vale, no topo da atmosfera (TOA) e em uma superfície perpendicular à direção do feixe incidente:

$$\epsilon_o = 1367 \pm 2 \text{ Wm}^{-2}$$

Por conservação de energia, é possível determinar então a irradiância na superfície do Sol e, conseqüentemente, sua temperatura média, com a hipótese de que ele emite radiação como um corpo negro, aplicando-se a Lei de Stefan-Boltzmann (2.13). A Figura 3.1 ilustra a geometria envolvida no cálculo da irradiância solar à sua superfície. O fluxo que atravessa a área $4\pi R^2$ deve ser o mesmo que atravessa a área $4\pi(\bar{d} + R)^2$. Com esses cálculos chega-se a uma temperatura aproximada de 5800 K.

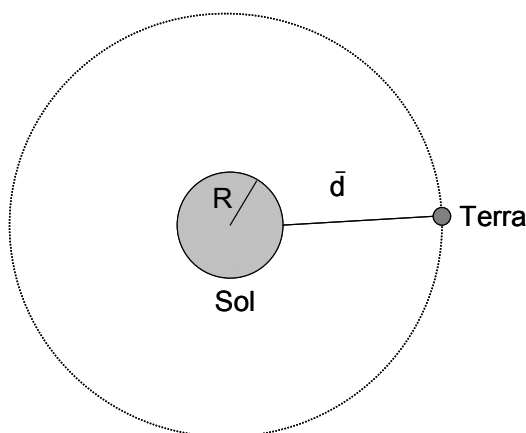


Figura 3.1 – A Terra a uma distância de uma unidade astronômica do Sol. Por conservação, a quantidade de energia que atravessa a área $4\pi R^2$ deve ser a mesma que atravessa a área $4\pi(\bar{d} + R)^2$.

Seguindo raciocínio análogo, é possível determinar a irradiância solar média no topo da atmosfera, quando a Terra se encontra a qualquer distância d do Sol, a partir da constante solar:

$$\epsilon(d) = \left(\frac{\bar{d}}{d}\right)^2 \epsilon_o \quad (3.1)$$

⁸ Como não é exatamente constante, esse valor atualmente é denominado irradiância solar total, em

Note-se que embora denominada constante solar, a irradiância média no topo da atmosfera da Terra varia, como foi visto, conforme a distância Terra-Sol, mas também em função da própria atividade solar, em escalas de tempo de minutos até anos.

Exercício 3.1: Determine a irradiância solar total incidente sobre uma superfície perpendicular ao feixe quando a distância Terra-Sol vale a) $0,95\bar{d}$ e b) $1,02\bar{d}$. Com a hipótese de que o planeta atua como um corpo negro, quanto valeria sua temperatura de equilíbrio radiativo em cada uma das situações?

3.1.1 A Distribuição Espectral de Energia

Conforme discutido no Capítulo 1, a radiação solar está confinada majoritariamente na região espectral cujo comprimento de onda é menor que $4\mu\text{m}$. O espectro solar padrão é apresentado como a curva com linha cheia no topo da Figura 3.2 [adaptada de Liou, 1980]. Também é mostrada na figura a irradiância solar observada ao nível do mar para uma atmosfera limpa. A área sombreada representa a quantidade absorvida pelos vários gases atmosféricos, principalmente H_2O , CO_2 , O_3 e O_2 . As regiões do visível e infravermelho próximo contêm a maior fração da energia solar, sendo aproximadamente 46% da radiação solar no infravermelho próximo, 46% no visível (0,4 a $0,7\mu\text{m}$) e da ordem de 8% em comprimentos de onda menores que os do visível.

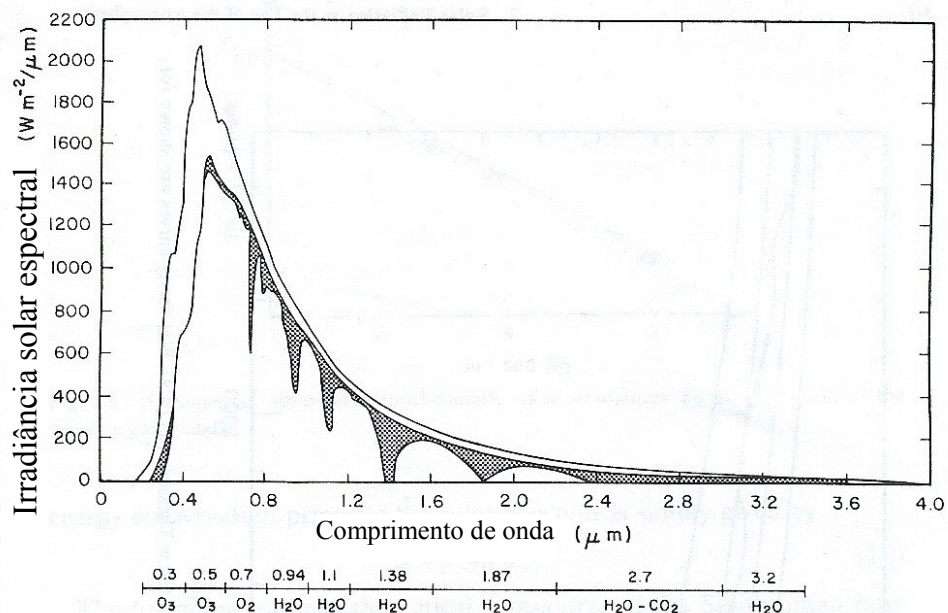


Figura 3.2 – Curvas de distribuição espectral da irradiância solar: irradiância observada no topo da atmosfera, irradiância observada ao nível do mar. As áreas sombreadas representam as bandas de absorção devido aos vários gases em uma atmosfera limpa. O envelope mais externo para essas áreas sombreadas indica a redução da irradiância solar devido ao espalhamento causado pelas moléculas de ar [Adaptado de Liou, 1980].

3.2. Posição do Disco Solar acima do Horizonte

Devido à grande distância entre o Sol e a Terra, diz-se que a radiação solar é colimada, ocupando um campo de visão limitado, denominado “disco solar aparente”. Na quase totalidade das aplicações em meteorologia e clima, este disco aparente é considerado pontual. A quantidade de radiação solar depende da posição do disco solar no céu, isto é, depende de variáveis astronômicas associadas à órbita da Terra ao redor do Sol. Para se conhecer tal posição, é necessário definir sistemas de coordenadas celestiais e terrestres. O sistema celestial é definido a partir da esfera celestial, que é uma esfera transparente imaginária ao redor da Terra e concêntrica a ela conforme ilustração apresentada na Figura 3.3 [Paltridge & Platt, 1976]. O sistema de coordenadas terrestre é denominado geográfico

e os sistemas equatorial horário e horizontal local constituem sistemas de coordenadas celestes.

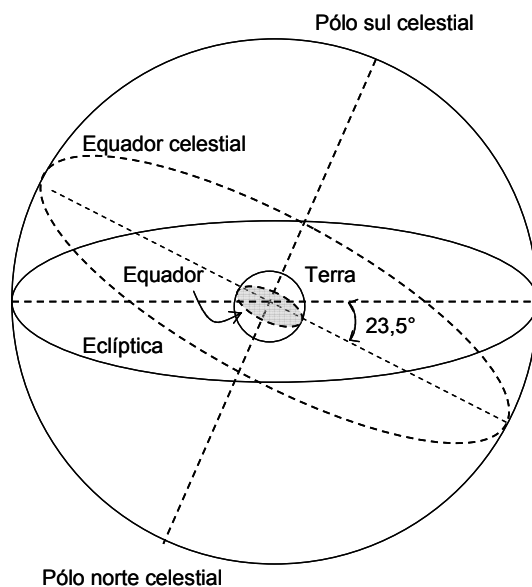


Figura 3.3 – A esfera celeste. Adaptado de Paltridge & Platt [1976].

3.2.1 Sistema Geográfico

As coordenadas deste sistema são a latitude (φ) e a longitude (λ). São utilizadas para localizar pontos na superfície terrestre. A latitude é computada a partir do equador até o paralelo do ponto de interesse e varia entre -90° e $+90^\circ$, sendo positiva no Hemisfério Norte. A longitude é computada a partir do Meridiano de Greenwich até o meridiano do ponto de interesse, variando de -180° a $+180^\circ$ (Figura 3.4). A longitude apresenta valores negativos a oeste de Greenwich.

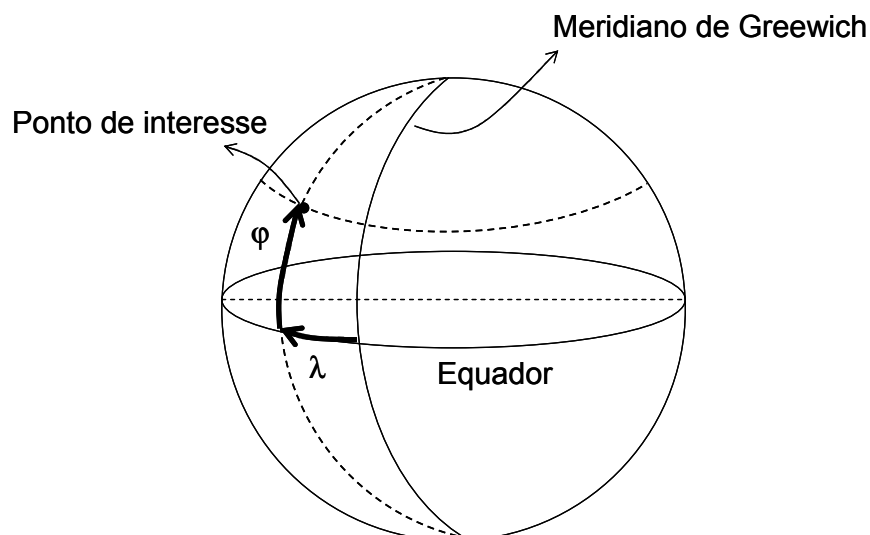


Figura 3.4 – O sistema de coordenadas geográfico e suas coordenadas latitude (φ) e longitude (λ).

3.2.2 Sistema Equatorial Horário

Neste sistema, as coordenadas são o ângulo horário (H), contado a partir do meridiano local (N-PN-S) até o círculo horário do astro, sobre o equador celeste, de leste para oeste. Dessa forma, com o decorrer do tempo t , aumenta-se o valor do ângulo horário. Seus valores vão de -180° a $+180^\circ$, sendo negativo antes da passagem meridiana do astro (o “meio-dia” do astro) e positivo depois. A segunda coordenada é a declinação (δ) que é computada a partir do equador celeste até o paralelo do astro, variando de -90° a $+90^\circ$, sendo positiva para astros no Hemisfério Norte (Figura 3.5). Este sistema de coordenadas é utilizado para localizar astros no céu.

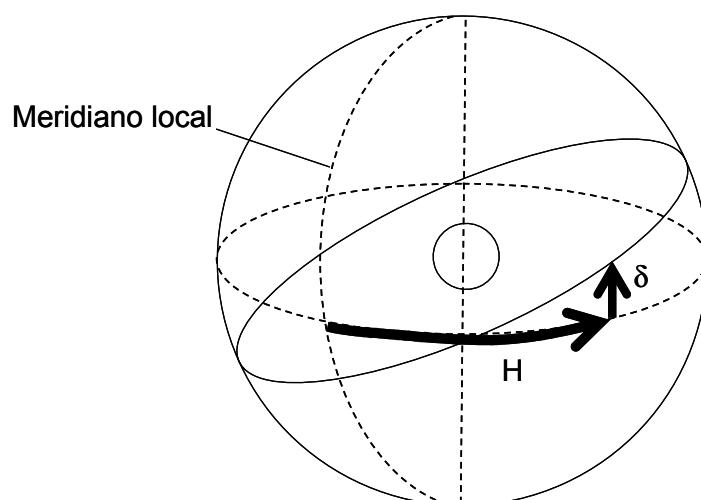


Figura 3.5 – O sistema equatorial horário e suas coordenadas: ângulo horário (H) e declinação (δ).

3.2.3 Sistema Horizontal Local

Este sistema também é utilizado para localizar astros na esfera celeste. Suas coordenadas são o azimute ou distância azimutal (ϕ) e a elevação (h). O azimute é contado a partir do norte local até o semi-plano vertical que contém o astro, sobre o plano do horizonte, de norte para leste, variando de 0° a 360° . A elevação é computada a partir do horizonte até o astro, sobre o semi-plano vertical que contém o astro e varia de 0° a 90° , para astros “visíveis” acima do horizonte. A distância zenital (ζ) é o ângulo complementar à elevação. Esta será a coordenada adotada neste curso quando o sistema horizontal local for utilizado. A Figura 3.6 apresenta uma representação esquemática deste sistema de coordenadas, onde N, S, W e E são os quatro pontos cardeais com relação a um observador localizado no centro do sistema de coordenadas. O ponto P representa o pólo norte.

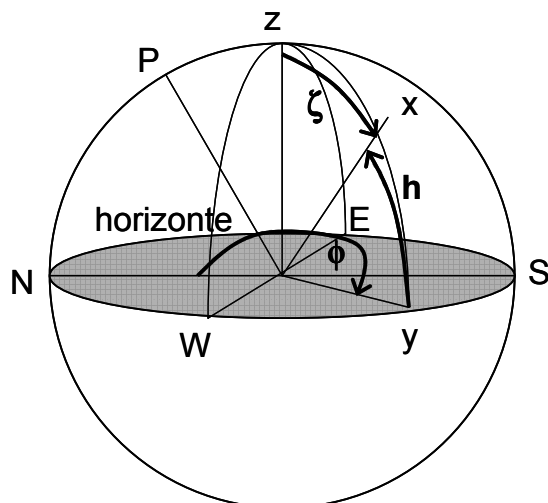


Figura 3.6 – Representação esquemática do sistema horizontal local de coordenadas (ϕ , ζ ou h).

Após definir os sistemas de coordenadas necessários para a localização do disco solar no céu para um determinado referencial sobre a superfície da Terra, o próximo passo é determinar as relações entre tais sistemas. Para tanto, algumas informações adicionais são ainda necessárias. O tempo solar é baseado na rotação da terra sobre seu eixo polar e na sua revolução ao redor do sol. Um dia solar é o intervalo de tempo necessário para que o sol complete um ciclo sobre um observador estacionário na Terra, que não necessariamente tem a duração de 24 horas. Sua duração varia ao longo do ano e discrepâncias de até 16 minutos são possíveis. Esta discrepância é denominada equação do tempo e é medida com relação a um movimento terrestre perfeitamente uniforme. A equação do tempo, então, indica a diferença entre o tempo solar verdadeiro e o tempo solar médio local:

$$\epsilon_t = TVL - TL \quad (3.2)$$

onde ϵ_t é a equação do tempo, TVL é o tempo solar verdadeiro e TL é o tempo solar médio local. O tempo solar verdadeiro está associado às condições reais da órbita da Terra em torno do Sol e por esse motivo, os dias solares não duram exatamente 24 horas. O tempo solar médio local está associado à noção de um dia solar médio, com duração exata de

24 horas. É o tempo indicado pelos relógios, cujo padrão é definido por um relógio atômico que fornece a hora oficial no mundo, o tempo universal (UTC)⁹.

O ângulo horário, uma das coordenadas do sistema equatorial horário, pode ser expresso em unidades de tempo (horas, minutos e segundos), utilizando-se a equação do tempo. Por convenção adota-se $H = TVL - 12h$, de forma a associar o meio-dia solar ($TVL = 12h$) ao ângulo horário nulo, satisfazendo as condições de $H < 0$ pela manhã e $H > 0$ à tarde. Portanto:

$$TVL = TL + \epsilon_t \quad (3.2')$$

$$H = TVL - 12h \quad (3.3)$$

$$\Rightarrow H = TL + \epsilon_t - 12h = TL - (12h - \epsilon_t) \quad (3.4)$$

Por outro lado, o tempo médio local pode ser escrito em termos do tempo universal UTC (no passado indicado como GMT) e da defasagem em longitude com relação ao Meridiano de Greenwich:

$$TL = UTC + (\lambda - \lambda_{Gr})(24h/360^\circ)$$

$$\Rightarrow TL = UTC + \lambda/15^\circ \quad (3.5)$$

pois $\lambda_{Gr} = 0^\circ$ por definição e para λ em graus e UTC em horas.

Dessa forma, substituindo-se (3.5) em (3.4), o ângulo horário pode ser escrito na forma:

$$H = [UTC + \lambda/15^\circ - (12h - \epsilon_t)] \times 360^\circ / 24h \quad (3.6)$$

obtendo-se H em graus e não mais em unidade de tempo. O termo $-\lambda/15^\circ + (12h - \epsilon_t)$ indica o instante da passagem meridiana solar, no fuso horário de Greenwich, à longitude λ :

$$UTC = -\frac{\lambda}{15^\circ} + (12h - \epsilon_t) \Rightarrow H = 0 \quad (3.7)$$

Exercício 3.2: Conhecendo-se o valor da equação do tempo para o dia 16 de outubro ($\epsilon_t \sim 14,6$ minutos), calcule o instante da passagem meridiana solar no Parque do Estado, em São Paulo, que possui coordenadas $\phi = -23^\circ 39'$; $\lambda = -46^\circ 37'$.

⁹ Para saber como funciona o atual relógio atômico da NIST (*National Institute of Standard and Technology*), instituto nacional americano de padrões, acessar <http://www.boulder.nist.gov/timefreq/cesium/fountain.htm>

Exercício 3.3: O “Anuário Astronômico” do IAG-USP informa, para o dia 16/10/1994, que o instante da passagem meridiana solar em Brasília e Rio de Janeiro vale, respectivamente, 11h 57’ e 11h 38’. Estime as longitudes dessas localidades.

A relação entre o sistema de coordenadas horário e o equatorial é obtida a partir da aplicação da geometria de triângulos esféricos, de acordo com a Figura 3.7. Para um observador P cuja latitude é φ , o sol possui ângulo zenital ζ_o . No sistema equatorial, as coordenadas do sol são H_o (ângulo entre o meridiano local e o meridiano do sol) e δ_o .

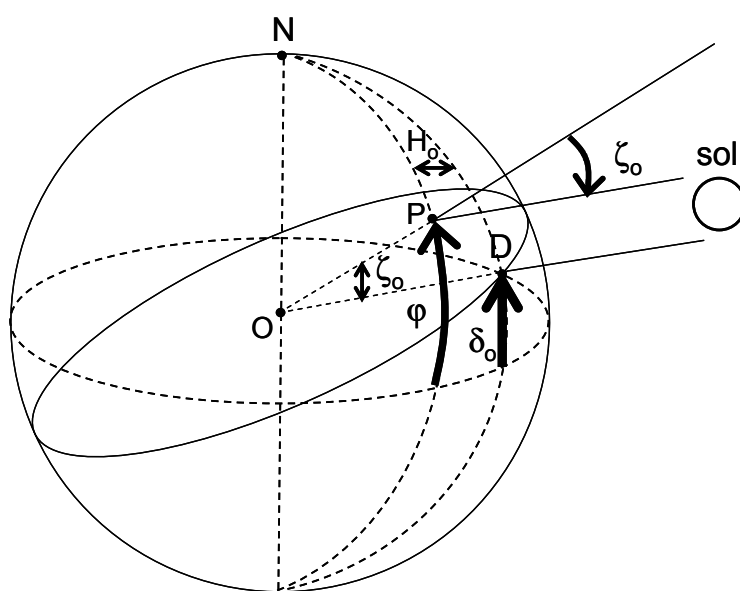


Figura 3.7 – Relação entre o ângulo zenital solar ζ_o e a latitude φ , a declinação δ_o e o ângulo horário H_o .

A dedução para $\cos \zeta_o$ é apresentada no Apêndice 1, onde obtém-se:

$$\cos \zeta_o = \text{sen} \varphi \text{sen} \delta_o + \cos \varphi \cos \delta_o \cos H_o \quad (3.8)$$

Para o ângulo azimutal solar (ϕ_o) são obtidas as relações:

$$\text{sen} \zeta_o \text{sen} \phi_o = -\text{sen} H_o \cos \delta_o \quad (3.9)$$

$$\text{sen} \zeta_o \cos \phi_o = \cos \varphi \text{sen} \delta_o - \text{sen} \varphi \cos \delta_o \cos H_o \quad (3.10)$$

com H_o derivado de (3.6):

$$H_o = [UTC + \lambda / 15^\circ - (12 - \epsilon_t)] \times 15^\circ / 1h \quad (3.6')$$

Dessa forma, a obtenção de ζ_o consiste no estudo das soluções:

$$\zeta_o = a \cos(\text{sen}\varphi \text{sen}\delta_o + \cos\varphi \cos\delta_o \cos H_o) \quad (3.11)$$

A equação (3.11) possui duas soluções (ζ_o' e ζ_o''). Adota-se a solução que proporciona $0^\circ \leq \zeta_o \leq 90^\circ$, para que o disco solar esteja visível (acima do horizonte). Se $\cos\zeta_o$ for negativo, significa que o disco solar encontra-se abaixo do horizonte e por isso é noite no local.

Para o ângulo azimutal solar, a solução é aquela que satisfizer as equações (3.9) e (3.10) simultaneamente. Note-se que cada uma dessas equações admite duas soluções:

$$\phi_o = a \text{sen}\left(-\frac{\text{sen}H_o \cos\delta_o}{\text{sen}\zeta_o}\right) \quad (3.12)$$

$$\phi_o = a \cos\left(\frac{\cos\varphi \text{sen}\delta_o - \text{sen}\varphi \cos\delta_o \cos H_o}{\text{sen}\zeta_o}\right) \quad (3.13)$$

Como o ângulo horário é nulo na passagem meridiana do astro, por definição, a posição do disco solar no instante da passagem meridiana (meio-dia solar) é dada por:

$$\begin{aligned} H_o = 0 &\Rightarrow \cos\zeta_o = \text{sen}\varphi \text{sen}\delta_o + \cos\varphi \cos\delta_o = \cos(\varphi - \delta_o) \\ &\Rightarrow \zeta_o = |\varphi - \delta_o| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_o = 0 &\Rightarrow \begin{cases} \text{sen}\phi_o = -\frac{\text{sen}H_o \cos\delta_o}{\text{sen}\zeta_o} = 0 \\ \cos\phi_o = \frac{\cos\varphi \text{sen}\delta_o - \text{sen}\varphi \cos\delta_o \cos H_o}{\text{sen}\zeta_o} = -\frac{\text{sen}(\varphi - \delta_o)}{\text{sen}\zeta_o} = -\frac{\text{sen}(\varphi - \delta_o)}{\text{sen}(\varphi - \delta_o)} = -1 \end{cases} \\ &\Rightarrow \phi_o = 0^\circ \text{ ou } \phi_o = 180^\circ \end{aligned}$$

Para o nascer ou ocaso solar tem-se:

$$\begin{aligned} \zeta_o = \pm 90^\circ &\Rightarrow \cos\zeta_o = 0 \\ &\Rightarrow \text{sen}\varphi \text{sen}\delta_o + \cos\varphi \cos\delta_o \cos H_o = 0 \Rightarrow \cos H_o = -\tan\varphi \tan\delta_o \\ H_o &= a \cos(-\tan\varphi \tan\delta_o) \quad (3.14) \end{aligned}$$

que permite duas soluções. Uma delas indica o nascer do sol com $H_o < 0$ e a outra indica o pôr-do-sol com $H_o > 0$. Finalmente, é possível calcular a duração do dia solar, isto é, o tempo total no qual o sol está visível acima do horizonte, na situação de ausência de refração e crepúsculos:

$$N = 2H_o = 2|a \cos(-\tan \varphi \tan \delta_o)| \quad (3.15)$$

Exercício 3.4: Conhecendo-se o valor da equação do tempo para o dia 21 de março ($\epsilon_t \sim -7,85$ minutos), calcule a posição $\Omega_o = (\zeta_o, \phi_o)$ do disco solar às 11h00min., considerando a localização geográfica do edifício do IAG-USP ($\varphi \sim 23^\circ 33' 35''S$; $\lambda \sim 46^\circ 43' 55''W$). Considere $\delta_o = 0^\circ$.

Exercício 3.5: (2.12 do Liou, 1980) Calcular o ângulo de elevação solar ao meio-dia solar nos pólos, a $60^\circ N$ (S), $30^\circ N$ (S) e no equador. Calcular também a duração de um dia (em horas) no equador e a $45^\circ N$ no equinócio e no solstício.

3.3. Ciclos Anuais

Além do ciclo diurno, a quantidade de radiação solar que atinge o topo da atmosfera terrestre varia de acordo com a época do ano devido à órbita elíptica da Terra ao redor do Sol, causando variação na distância Terra-Sol. A variação da declinação solar, que é a inclinação do eixo de rotação da Terra com relação à normal ao plano da eclíptica, também influi na quantidade de radiação solar incidente. Esses parâmetros apresentam ciclos anuais relativamente repetitivos. Também a equação do tempo (atraso ou adiantamento em relação a um sol fictício, cujo dia dura exatamente 24 horas) apresenta um ciclo anual.

Por exemplo, a distância Terra-Sol, normalmente expressa em termos de seu valor médio $\bar{d} = 149597870 \pm 2$ km (= 1 UA), apresenta variação anual, valendo aproximadamente 0,983 UA no periélio em torno de 3 de janeiro, 1 UA em torno de 4 de abril e 5 de outubro e 1,017 UA no afélio, em torno de 4 de julho. Voltando à seção 3.1 deste capítulo, foi mostrado que é possível calcular a irradiância solar incidente no topo da atmosfera em uma superfície normal ao feixe direto para qualquer distância d entre a Terra e o Sol (Equação 3.1).

No caso da declinação solar, no solstício de verão (inverno) ela vale da ordem de $23,5^\circ$, em torno de 21 de junho. Nos equinócios vernal ou de primavera (outono) e de outono (primavera), respectivamente em torno de 21 de setembro e 21 de março, a declinação solar é nula. Finalmente, no solstício de inverno (verão), em torno de 21 de dezembro, a declinação solar é igual a, aproximadamente, $-23,5^\circ$. A nomenclatura

apresentada para os dias específicos do ano é a normalmente adotada para o hemisfério geográfico norte, sendo a adotada para o hemisfério sul aquela apresentada entre parênteses.

Resumindo, para o cálculo da irradiância solar incidente no topo da atmosfera terrestre é necessário o conhecimento do valor da distância Terra-Sol, da declinação solar e da equação do tempo para cada dia do ano. Para evitar o armazenamento de grandes quantidades de informação na forma de tabelas, foram propostas fórmulas empíricas de acordo com o dia do ano, com a hipótese de que tais parâmetros não variam ao longo de um dia, mas apenas de um dia para o outro [Paltridge & Platt, 1976]:

$$\left(\frac{\bar{d}}{d}\right)^2 = 1,000110 + 0,034221 \cos \Gamma + 0,001280 \text{sen} \Gamma + 0,000719 \cos(2\Gamma) + 0,000077 \text{sen}(2\Gamma) \quad (3.16)$$

$$\delta_o = [0,006918 - 0,399912 \cos \Gamma + 0,070257 \text{sen} \Gamma - 0,006758 \cos(2\Gamma) + 0,000907 \text{sen}(2\Gamma) - 0,002697 \cos(3\Gamma) + 0,00148 \text{sen}(3\Gamma)] (180^\circ / \pi) \quad (3.17)$$

$$\epsilon_t = [0,000075 + 0,001868 \cos \Gamma - 0,0320077 \text{sen} \Gamma - 0,014615 \cos(2\Gamma) - 0,040849 \text{sen}(2\Gamma)] \times (1440 \text{ min} / 2\pi) \quad (3.18)$$

$$\text{onde } \Gamma = 2\pi(d_n - 1) / 365 \quad (3.19)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d_n = 1 \text{ para 1 de janeiro} \\ d_n = 365 \text{ para 31 de dezembro} \end{array} \right. \quad \text{SEMPRE!}$$

⇒ aumento do erro dos ajustes nos anos bissextos

Algumas localidades geográficas apresentam casos particulares para o ciclo anual da posição do disco solar acima do horizonte:

a) Equador geográfico ($\varphi = 0^\circ$):

$$N = 2|a \cos(-\tan \varphi \tan \delta_o)| = 12h \quad \text{todos os dias!}$$

$$\begin{aligned} \cos \zeta_o &= \text{sen} \varphi \text{sen} \delta_o + \cos \varphi \cos \delta_o \cos H_o \\ &= \cos \delta_o \cos H_o \quad \text{todos os dias!} \end{aligned}$$

Para $\delta_o = 0^\circ$ (21 de março e 21 de setembro):

$$\Rightarrow \cos \zeta_o = \cos \delta_o \cos H_o = \cos H_o \Rightarrow \zeta_o = |H_o|$$

b) Pólos geográficos ($\varphi = \pm 90^\circ$):

$N = 2|a \cos(-\tan \varphi \tan \delta_o)| \rightarrow$ indefinição algébrica na definição do ângulo horário!

$$\cos \zeta_o = \text{sen} \varphi \text{sen} \delta_o + \cos \varphi \cos \delta_o \cos H_o = \pm \text{sen} \delta_o$$

O que significa que a posição do disco solar depende apenas da data. Por exemplo, para $\varphi = +90^\circ$ (Pólo norte):

$$\Rightarrow \cos \zeta_o = \text{sen} \delta_o \begin{cases} \delta_o = 0^\circ \Rightarrow \zeta_o = 90^\circ \rightarrow \text{sol no horizonte} \\ \delta_o = +23,5^\circ \Rightarrow \zeta_o = 66,5^\circ \rightarrow \text{dia} \\ \delta_o = -23,5^\circ \Rightarrow \zeta_o = 113,5^\circ \rightarrow \text{noite} \end{cases}$$

Exercício 3.6: Calcule a posição $\Omega_o = (\zeta_o, \phi_o)$ do disco solar acima do horizonte para o edifício do IAG-USP ($\varphi \sim -23,5597^\circ$, $\lambda \sim -46,7319^\circ$) em 23/03/2004 às 11h30min local.

Como será visto em capítulo futuro, alguns instrumentos utilizados para a medição da radiação solar direta possuem um sistema automático para acompanhar o movimento do sol no céu. Esse movimento depende de quão precisas são fornecidas as informações ao software que controla o motor do instrumento. Para verificar a importância de cada parâmetro na determinação da posição do disco solar, a próxima etapa será avaliar as incertezas no cálculo da distância solar zenital. Seu cálculo é realizado por meio das equações (3.8) e (3.6):

$$\cos \zeta_o = \text{sen} \varphi \text{sen} \delta_o + \cos \varphi \cos \delta_o \cos H_o$$

$$H_o = [UTC + \lambda / 15^\circ - (12 - \epsilon_t)] \times 15^\circ / 1h$$

Dessa forma, o diferencial total de ζ_o é determinado como:

$$(d\zeta_o)^2 = \left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial \varphi} \right)^2 (d\varphi)^2 + \left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial \delta_o} \right)^2 (d\delta_o)^2 + \left(\frac{\partial \zeta_o}{\partial H_o} \right)^2 (dH_o)^2$$

$$\text{onde } \frac{\partial \zeta_o}{\partial \varphi} = \frac{\partial \zeta_o}{\partial(\cos \zeta_o)} \frac{\partial(\cos \zeta_o)}{\partial \varphi} = \left[\frac{\partial(\cos \zeta_o)}{\partial \zeta_o} \right]^{-1} \frac{\partial(\cos \zeta_o)}{\partial \varphi}$$

$$\frac{\partial(\cos \zeta_o)}{\partial \zeta_o} = -\text{sen} \zeta_o \text{ e } \frac{\partial(\cos \zeta_o)}{\partial \varphi} = \cos \varphi \text{sen} \delta_o - \text{sen} \varphi \cos \delta_o \cos H_o$$

Portanto,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \zeta_o}{\partial \varphi} &= (-\text{sen} \zeta_o)^{-1} [\cos \varphi \text{sen} \delta_o - \text{sen} \varphi \cos \delta_o \cos H_o] \\ &= \frac{\text{sen} \varphi \cos \delta_o \cos H_o - \cos \varphi \text{sen} \delta_o}{\text{sen} \zeta_o}\end{aligned}$$

$$\frac{\partial \zeta_o}{\partial \delta_o} = \frac{\partial \zeta_o}{\partial (\cos \zeta_o)} \frac{\partial (\cos \zeta_o)}{\partial \delta_o} = \frac{\cos \varphi \cos H_o \text{sen} \delta_o - \text{sen} \varphi \cos \delta_o}{\text{sen} \zeta_o}$$

$$\frac{\partial \zeta_o}{\partial H_o} = \frac{\partial \zeta_o}{\partial (\cos \zeta_o)} \frac{\partial (\cos \zeta_o)}{\partial H_o} = \frac{\cos \varphi \cos \delta_o \text{sen} H_o}{\text{sen} \zeta_o}$$

$$(dH_o)^2 = \left(\frac{\partial H_o}{\partial (UTC)} \right)^2 (dUTC)^2 + \left(\frac{\partial H_o}{\partial \lambda} \right)^2 (d\lambda)^2 + \left(\frac{\partial H_o}{\partial \epsilon_t} \right)^2 (d\epsilon_t)^2$$

$$\frac{\partial H_o}{\partial UTC} = \frac{15^\circ}{1h}; \quad \frac{\partial H_o}{\partial \lambda} = 1; \quad \frac{\partial H_o}{\partial \epsilon_t} = \frac{15^\circ}{1h}$$

Portanto:

$$\begin{aligned}(d\zeta_o)^2 &= \left[\frac{\text{sen} \varphi \cos \delta_o \cos H_o - \cos \varphi \text{sen} \delta_o}{\text{sen} \zeta_o} \right]^2 (d\varphi)^2 + \left[\frac{\cos \varphi \cos H_o \text{sen} \delta_o - \text{sen} \varphi \cos \delta_o}{\text{sen} \zeta_o} \right]^2 (d\delta_o)^2 \\ &+ \left[\frac{\cos \varphi \cos \delta_o \text{sen} H_o}{\text{sen} \zeta_o} \right]^2 \times \left[\left(\frac{15^\circ}{1h} \right)^2 (dUTC)^2 + (d\lambda)^2 + \left(\frac{15^\circ}{1h} \right)^2 (d\epsilon_t)^2 \right] \quad (3.20)\end{aligned}$$

Exercício 3.7: Analise o impacto de uma incerteza de $+0,1^\circ$ tanto na latitude quanto na longitude geográficas sobre a evolução diurna da distância zenital solar calculada. Adote as coordenadas do edifício principal do IAG-USP e as condições astronômicas correspondentes ao dia 21 de março.

Exercício 3.8: Avalie o impacto de um atraso de 1 minuto na determinação de UTC (“atraso de relógio”) sobre a evolução diurna da distância zenital solar calculada. Adote as coordenadas do edifício principal do IAG-USP e as condições astronômicas correspondentes ao dia 21 de março.

3.4 Irradiância Solar no Topo da Atmosfera

Define-se como topo da atmosfera a altitude acima da qual não seria observada interação significativa entre a radiação eletromagnética e os constituintes atmosféricos. Como foi visto no início deste capítulo, a irradiância solar incidente sobre uma superfície perpendicular ao feixe no topo da atmosfera depende da distância entre a Terra e o Sol (equação 3.1). Na grande maioria dos códigos de transferência radiativa, a atmosfera é aproximada como sendo constituída por camadas plano-paralelas entre si, como será visto em capítulo posterior. Dessa forma, torna-se necessário conhecer o valor da irradiância solar incidente sobre uma superfície horizontal no topo da atmosfera. Para tanto, a distância zenital solar também deve ser conhecida:

$$\epsilon(d, \zeta_o) = \left(\frac{\bar{d}}{d}\right)^2 \cos \zeta_o \epsilon_o \quad (3.21)$$

3.5 Irradiação Solar no Topo da Atmosfera

Define-se como irradiação a quantidade total de energia radiante incidente sobre uma determinada superfície horizontal, por unidade de área desta. Matematicamente corresponde à integração no intervalo de tempo de interesse da irradiância incidente. No topo da atmosfera e para um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$:

$$\epsilon(\Delta t) = \epsilon(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \epsilon(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\bar{d}}{d(t)}\right)^2 \epsilon_o \cos[\zeta_o(t)] dt \quad (3.22)$$

onde

$$\cos \zeta_o(t) = \sin \varphi \sin[\delta_o(t)] + \cos \varphi \cos[\delta_o(t)] \cos[H_o(t)]$$

$$H_o(t) = \{(t + C) + \lambda(1h/15^\circ) - [12h - \epsilon_s(t)]\}(15^\circ/1h)$$

onde $t + C = \text{UTC}$, isto é, a hora local mais a diferença de fuso horário com relação ao Meridiano de Greenwich. Note que a equação do tempo também varia com o tempo.

Considerando-se desprezíveis as variações diurnas (ao longo de um período de 24 horas) para a distância Terra-Sol, para a declinação solar e para a equação do tempo:

$$\epsilon(\Delta t) = \left(\frac{\bar{d}}{d}\right)^2 \epsilon_o \int_{t_1}^{t_2} \cos[\zeta_o(t)] dt$$

$$\cos \zeta_o(t) = \text{sen} \varphi \text{sen} \delta_o + \cos \varphi \cos \delta_o \cos[H_o(t)]$$

$$H_o(t) = \left\{ (t + C) + \lambda(1h/15^\circ) - (12h - \epsilon_t) \right\} (15^\circ / 1h)$$

onde d , δ_o e ϵ_t passam a indicar “valores médios diários” apresentando valores diferentes para cada data.

Resumindo, a irradiação pode ser interpretada como a soma de dois termos:

$$\begin{aligned} \in (\Delta t) &= \left(\frac{\bar{d}}{d} \right)^2 \in_o \int_{t_1}^{t_2} \{ \text{sen} \varphi \text{sen} \delta_o + \cos \varphi \cos \delta_o \cos[H_o(t)] \} dt \\ &= \left(\frac{\bar{d}}{d} \right)^2 \in_o \left\{ \text{sen} \varphi \text{sen} \delta_o \int_{t_1}^{t_2} dt + \cos \varphi \cos \delta_o \int_{t_1}^{t_2} \cos[H_o(t)] dt \right\} \end{aligned}$$

Considerando-se um dia inteiro, isto é, $\Delta t = 24$ horas, somente os instantes de tempo para o qual $\zeta_o \leq 90^\circ$ contribuem ao cálculo da irradiação solar. Dessa forma, o instante inicial corresponde ao instante do nascer do sol e o instante final a ser considerado na integral é o instante do pôr-do-sol. Portanto,

$$\in (24h) = \left(\frac{\bar{d}}{d} \right)^2 \in_o \left\{ \text{sen} \varphi \text{sen} \delta_o [t_{ocaso} - t_{nascer}] + \cos \varphi \cos \delta_o \int_{t(nascer)}^{t(ocaso)} \cos[H_o(t)] dt \right\} \quad (3.23)$$

Esses instantes de tempo podem ser expressos diretamente em termos dos respectivos valores do ângulo horário solar:

$$H_{ocaso} = [(t_{ocaso} + C) + \lambda(1h/15^\circ) - (12h - \epsilon_t)] (15^\circ / 1h) \quad (3.24)$$

$$\Rightarrow t_{ocaso} + C = (H_{ocaso})(1h/15^\circ) - \lambda(1h/15^\circ) + (12h - \epsilon_t) \quad (3.25a)$$

Analogamente,

$$\Rightarrow t_{nascer} + C = (H_{nascer})(1h/15^\circ) - \lambda(1h/15^\circ) + (12h - \epsilon_t) \quad (3.25b)$$

$$\Rightarrow t_{ocaso} - t_{nascer} = (H_{ocaso} - H_{nascer})(1h/15^\circ) \quad (3.26)$$

Além disso, tem-se:

$$H_{nascer} = -H_{ocaso} \Rightarrow t_{ocaso} - t_{nascer} = 2H_{ocaso}(1h/15^\circ) \quad (3.27)$$

E, como $dt = dH_o(1h/15^\circ)$, pode-se integrar a equação (3.23) diretamente em termos do ângulo horário solar:

$$\int_{t(nascer)}^{t(ocaso)} \cos[H_o(t)] dt = \int_{t(nascer)}^{t(passagem_meridiana)} \cos[H_o(t)] dt + \int_{t(passagem_meridiana)}^{t(ocaso)} \cos[H_o(t)] dt$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{H(\text{nascer})}^0 \cos H_o dH_o (1h/15^\circ) + \int_0^{H(\text{ocaso})} \cos H_o dH_o (1h/15^\circ) \\
 &= 2 \left(\frac{1h}{15^\circ} \right) \times \int_0^{H(\text{ocaso})} \cos H_o dH_o = 2 \left(\frac{1h}{15^\circ} \right) \text{sen}(H_{\text{ocaso}})
 \end{aligned}$$

Resumindo, a irradiação solar em 24 horas sobre uma superfície horizontal no topo da atmosfera em uma determinada data (d , δ_o , ϵ_i) e para uma determinada localização geográfica (φ , λ) é obtida a partir da equação:

$$\begin{aligned}
 \epsilon(24h) &= \left(\frac{\bar{d}}{d} \right)^2 \epsilon_o \left(\frac{1h}{15^\circ} \right) [2H_{\text{ocaso}} \text{sen}\varphi \text{sen}\delta_o + 2 \cos\varphi \cos\delta_o \text{sen}(H_{\text{ocaso}})] \\
 &= \left(\frac{\bar{d}}{d} \right)^2 \epsilon_o (3600s) 2 \left[\frac{H_{\text{ocaso}}}{15^\circ} \text{sen}\varphi \text{sen}\delta_o + \frac{1}{15^\circ} \frac{180^\circ}{\pi} \cos\varphi \cos\delta_o \text{sen}(H_{\text{ocaso}}) \right]
 \end{aligned}$$

onde $H_{\text{ocaso}} = |a \cos(-\tan\varphi \tan\delta_o)|$

Exercício 3.9: Calcular $\epsilon(24h)$ para os dias 26 a 30 de junho, levando em conta as coordenadas do IAG-USP ($\varphi \sim -23,56^\circ$; $\lambda \sim -46,73^\circ$).