

Parte I

Aula Complementar - Transferência de calor, massa e momento

- difusão molecular
- convecção
- resistência à transferência de calor e momento em convecção forçada/laminar
- convecção livre
- combinação da convecção livre e forçada
- aplicações na natureza
- transporte do momento

1 Transferência de calor, massa e momento

A vida depende essencialmente de transferências de calor e massa entre os organismos e sua volta, devido às trocas de gás entre o ambiente e a pele, pelo, etc. Primeiramente discutiremos a difusão a nível molecular. É por este processo que calor (Q) e momento (M) são transportados no ar/água (em estômatos, solo, pulmão, etc). A difusão molecular é também importante na convecção e transferência de massa entre superfícies e fluidos (flui sobre elas criando uma camada chamada de Camada Limite (CL) próxima à superfície onde ocorre transporte por difusão). Depois dos processos de difusão discutidos, veremos o calor convectivo e a teoria de transferência de massa sobre discos, cilindros, etc, em um fluido. Finalmente discutiremos as trocas de momento e a **força do movimento de objetos dentro dos fluidos**.

1.1 Transporte de calor e massa

As equações abaixo descrevem o transporte de calor e massa. A densidade do fluxo de calor, H em $W \cdot m^{-2}$, à superfície de um organismo é dada por:

$$H = \rho c_p \frac{T_s - T_a}{r_H} \quad (1)$$

onde ρ é a densidade do ar, c_p é o calor específico do ar, r_H é a resistência ao transporte de calor, T_s é a temperatura da superfície e T_a é a temperatura do ar.

Já a densidade do fluxo de vapor, F_v em $g \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$ é descrita na equação (2), onde ρ_{vs} é a densidade de vapor na superfície, ρ_{va} é a densidade de vapor no ar e r_v , a resistência à troca de vapor.

$$F_v = \frac{\rho_{vs} - \rho_{va}}{r_v} \quad (2)$$

Podemos então generalizar a densidade de fluxo de massa para utilizarmos com outras substâncias como o gás carbônico, oxigênio com a equação (3) (s indica superfície e a é referente ao ar em volta).

$$F_j = \frac{\rho_{js} - \rho_{ja}}{r_j} \quad (3)$$

1.2 Difusão molecular

Descrição analítica de r pode ser facilmente obtida por condições onde o calor (Q) e o momento (M) são transportados por movimento ao acaso das moléculas. A chamada Lei de Fick para difusão em uma dimensão de um comprimento j em uma sistema (densidade de fluxo) é conhecida como (equação (4)):

$$F_j(x) = -D_j \frac{d\rho_j}{dx} = -\frac{A_{(v)}}{A_{(s)}} D_j \frac{d\rho_j}{dx} \quad (4)$$

onde D_j é a difusibilidade do comprimento j e $\frac{d\rho_j}{dx}$ é o gradiente de sua concentração.

Podemos assumir que a resistência para a difusão em um comprimento plano como um lago é a equação (5) se a difusão for linearmente decrescente, onde l é a altura da camada limite. Se a superfície for esférica temos a equação (6), onde E é o raio e , se for um cilindro temos a equação (7).

$$r_j = \frac{l}{D_j} \quad (5)$$

$$r_j = \frac{S}{D_j} \left(1 - \frac{S}{l}\right) \quad (6)$$

$$r_j = \frac{S}{D_j} \ln\left(\frac{l}{S}\right) \quad (7)$$

D_j é tabelada e dependente da temperatura T e da pressão P ($D_j(T, P) = D_j\left(\frac{T}{10}\right)^n \left(\frac{100}{P}\right)$).

As equações 5, 6 e 7 são usadas na difusão de O_2 no solo para raízes e dentro delas. Para estômatos temos a equação (8) que é válida para água, gás carbônico e gás oxigênio, onde l é a profundidade do poro, d é o diâmetro, n é o número de poros por m^2 :

$$r_j = \frac{4(l + \frac{\pi d}{8})}{\pi n d^2 D_j} \quad (8)$$

1.3 Convecção

O fluido considerado movendo-se em um fluxo laminar sobre uma superfície infinitamente longa sem gradientes na densidade de fluxo, como no caso anterior. Agora veremos o transporte convectivo sobre um pequeno corpo (animal, folha) imerso no ar. As suposições anteriores (**linearidade**, etc) não são mais válidas, mas H , E e F , ainda se aplicam se r for apropriadamente definido. O trabalho aqui é relacionar r com as propriedades do fluido e da superfície.

Analiticamente é extremamente complicado. Aproximação empírica é mais razoável. Grupos adimensionais de variáveis têm sido feitos e estes correlacionadas empiricamente. Podemos calcular r com os grupos adimensionais apropriados (ex. do braço). Uma vez isto feito, as relações apropriadas entre os grupos adimensionais para descrever seus processos de transporte podem ser obtidas diretamente da literatura e **tabeladas**. O n° de Reynolds (Re), além de $\frac{ud}{\nu}$, indica também se o fluxo é laminar ou turbulento. Para valores grandes, o fluxo é considerado turbulento, e para valores pequenos, laminar. Se 5×10^5 serve para a superfície plana em condições normais. Na atmosfera, na qual é turbulento, $Re_{crit} \approx 10$ ou $< 5 \times 10^4$.

Exercício abelha e homem

$$u = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ ou } u = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

homem: 0.3
 abelha: 0.003
 $\nu = 151 \times 10^7 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$

1.4 Resistência ao transporte de calor e massa em convecção forçada laminar

Convecção forçada refere-se à condição na qual o fluido está se movendo sobre uma superfície por uma forçante externa (a análise seria a mesma para uma superfície movendo-se através de um fluido estacionário, a exemplo de andar a pé com vento calmo). Convecção livre, por outro lado, refere-se ao movimento do fluido criado por um gradiente de pressão neste fluido (como a atmosfera). A resistência à transferência de calor em uma convecção forçada é obtida pela combinação da equação (1) com o n° de Nusselt:

$$r_H = \frac{d}{D_H \times Nu} \quad (9)$$

Necessita-se o valor de Nu através da equação (10) para obter o valor de r_H , onde $Pr = \frac{\nu}{D_H}$ com a difusividade térmica D_H

$$Nu = 0.66 \times Re^{1/2} \times Pr^{1/3} \quad (10)$$

Assim, temos a equação (11):

$$r_H = \frac{1.5d}{D_H \times Re^{1/2} \times Pr^{1/3}} \quad (11)$$

Para o ar a 20°C, $P = 1000hPa$ ($\approx 1000mb$)

$D_H = 0.144 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ e $\nu = 1.01 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ temos:

$$r_{Ha} = 307 \left(\frac{d}{u} \right)^{1/2} \quad (12)$$

com d dimensão característica em metros (m) e u velocidade do vento em $m \cdot \text{s}^{-1}$.

Esta equação (12) foi derivada somente para fluxo laminar sobre uma superfície plana. Isto fornece a resistência à transferência de calor sobre uma face de um disco (não necessariamente redondo).

Correlações similares com a equação (10) têm sido determinadas empiricamente, mas a gama de variações entre as **considerações** para diferentes estudos é grande. Esta equação parece ser uma boa média de todas as correlações de esferas e cilindros para o n° de Re normalmente encontrado na natureza. Nós, portanto, usaremos a equação (12) para discos, cilindros e esferas com d sendo o diâmetro de um cilindro (em fluxo transversal) ou esfera ou o comprimento (largura) do disco ou cilindro em fluxo longitudinal, na determinação do fluxo.

Para o vapor (r_{va}), gás carbônico (r_{ca}) e oxigênio (r_{oa}) temos:

$$r_{va} = 283 \left(\frac{d}{u} \right)^{1/2} \quad (13)$$

$$r_{ca} = 395 \left(\frac{d}{u} \right)^{1/2} \quad (14)$$

$$r_{oa} = 319 \left(\frac{d}{u} \right)^{1/2} \quad (15)$$

Estas equações são também aproximações aplicadas para cilindros e esferas.

1. Ex. 2 pag. 68 (em classe)
2. pag. 76: Qual é o Re para um elefante a um vento de $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$?
3. Uma folha com máxima largura na direção do vento de 5 cm a 20°C e $u = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ($Ta = 15^\circ\text{C}$).
Ache d , Re , r_{Ha} e H .

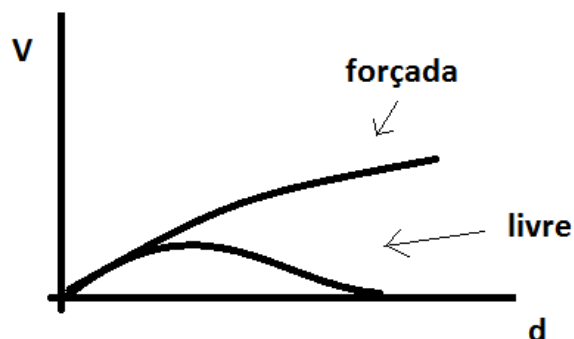


Figura 1: Velocidade do fluido de acordo com a distância da superfície.

1.5 Convecção livre

Transporte por convecção livre ocorre quando um corpo a uma temperatura é colocado em um fluido mais frio ou mais quente. A transferência de calor entre um corpo e um fluido causa gradiente de pressão neste, e este gradiente leva à mistura. Os processos são similares à convecção forçada exceto que, onde a velocidade do fluido aumentava com a distância da superfície na convecção forçada, na convecção livre primeiro aumenta e depois diminui. Ver figura 1.

Para a transferência de calor neste caso, observações são correlacionadas usando o grupo adimensional Nu , Pr e Gr .

$$Nu = 0.54(Gr \times Pr)^{1/4} \quad (16)$$

Portanto para $T = 20^\circ C$, $P = 100KPa$ (1000 mb) e Gr :

$$r_H = 840 \left(\frac{d}{T_s - T_a} \right)^{1/4} \quad (17)$$

Na convecção livre as resistências são 0.52, 1.34 e 1.05 para vapor, gás carbônico e gás oxigênio, respectivamente.

Quando o vapor é transportado, gradiente de pressão se desenvolve apenas com o **aquecimento** do ar, devido ao fato do ar úmido ser menos denso que o seco. A temperatura "virtual" é utilizada na equação (17) para melhorar o resultado. T_v é a temperatura na qual o ar seco necessitaria estar para que sua densidade fosse a mesma do ar úmido.

A uma determinada densidade de vapor ρ_v :

$$T_v = T \left(1 + 0.61 \frac{\rho_v}{\rho} \right) \quad (18)$$

Então consideramos a correção para sistemas úmidos como (19):

$$T_{vs} - T_{va} = T_s - T_a + \frac{0.61(\rho_{vs}T_s + \rho_{va}T_a)}{\rho} \quad (19)$$

1.6 Combinação de convecção livre e forçada

Quase todos os processos de transferência de calor na natureza envolvem ambas convecção livre e forçada. Usualmente um ou outro processo domina. O critério normalmente usado para determinar qual processo é dominante é a razão $\frac{Gr}{Re^2}$. Se a razão for pequena, a convecção forçada domina; se for grande, o oposto ocorre. Se for próxima a 1 ambos os processos devem ser considerados.

Ache a razão $\frac{G_r}{Re^2}$ para o exercício da folha (exercício 3 anterior)

Fórmulas

$$G_r = \frac{gd^3(T_s - T_a)}{v^2}$$

$$Re = \frac{ud}{v}$$

1.7 Aplicações na natureza

Aplicando as equações de transporte para situações reais, há questões a serem verificadas como:

- Que correção necessita ser aplicada nas equações de um disco plano para superfícies naturais nos cálculos da resistência?
- Qual é o efeito da turbulência na resistência?

A primeira questão pode ser resolvida se considerarmos o transporte de faixas finas individualmente da superfície e a média destas para conseguirmos o transporte total. O novo valor de d pode ser usado para conseguirmos o valor de r .

A figura a seguir (figura 2) mostra uma possível folha de comprimento total L . Para resolvermos o problema exposto na primeira questão, consideramos a largura d de um retângulo com comprimento L e com as propriedades de transporte desta folha. Na prática a largura "média" da folha é usualmente dada para d . Para muitas formas de folhas d pode ser considerado 0.7 da máxima dimensão foliar na direção do fluxo, com a área foliar correspondente a $0.7 \times L \times d$.

Refletindo agora sobre a questão levantada no segundo item temos que muitos estudos mostram que a resistência da camada limite em um fluxo turbulento é menor do que é medido em laboratório ou definido pela teoria. Isto é devido ao fato de que a turbulência no ar tende a reduzir a profundidade da camada limite próxima à superfície. Resistências, **naqueles casos**, são funções da intensidade da turbulência, das dimensões características e do tamanho dos vórtices. Para valores típicos externos, a resistência é normalmente 70% do predito pela teoria.

1.8 Transporte de momento

Quando o fluido se move por uma superfície, exerce uma força friccionando sobre ele na direção do fluxo. A superfície exerce uma força igual e oposta retardando o fluido. A velocidade do fluido na superfície é zero e aumenta com a distância desta. Se um disco fino e chato é colocado em um fluido movendo-se nesta direção, este fluido flui suavemente sobre ele, a densidade de fluxo de momento para um lado sobre o disco é dado por (20):

$$\tau_s = 0.664\rho u^2 Re^{-1/2}. \quad (20)$$

Esta densidade é chamada de fricção de superfície (pele, por exemplo). O fluxo do momento poderia também ser expresso como uma força-troca de momento, entre a corrente livre e a superfície, dividida por uma resistência (21):

$$\tau = \frac{\rho u}{r_m} \quad (21)$$

onde $r_m = 1.5 \frac{Re^{1/2}}{u}$.

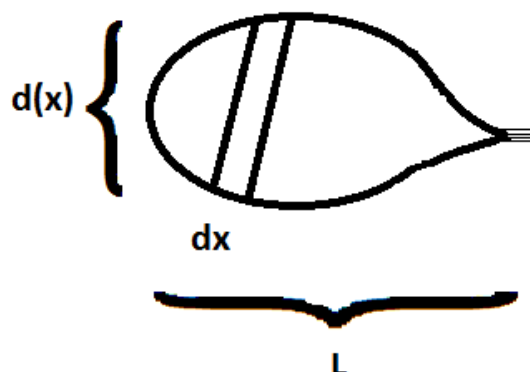


Figura 2: Diagrama da folha.

Para o ar a $20^{\circ}C$ e 1000 mb:

$$r_m = 388 \left(\frac{d}{u} \right)^{1/2}. \quad (22)$$

O fluido movendo-se sobre um corpo exerce uma força sobre ele devido às mudanças de direção do fluxo em adição à falta de fricção (da superfície). Com Re (número de Reynolds) acima de 10, esta força é chamada de força de arraste, muito maior que a da superfície. Com $Re > 100$, as linhas de corrente exercem um arraste significativo. Água corrente **sobre um rio** ou o vento sobre às árvores são exemplos deste tipo de força.

Seu entendimento permite calcular como tal força aja sobre os seres vivos e como eles resistem a ela.

A força média sobre um corpo devido ao arraste por unidade de área perpendicular ao fluxo pode ser calculada como na equação (23):

$$\tau_f = \frac{\text{força}}{\text{área}} = C_d \rho u^2 \quad (23)$$

onde C_d é um coeficiente de arraste, ρ é a densidade do fluido e u a velocidade.

Tabela 1: dada em sala

Note que a equação (23) é similar a equação (20) com $C_d = 0.664Re^{-1/2}$, mas lembrando-se que a equação (20) é a força sobre uma área longitudinal e não perpendicular como em (23). A Tabela a seguir nos fornece típicos coeficientes de arraste em diferentes formas para um gama de Re e mostra como a equação (23) é determinada. Para os valores mais baixos de Re mostrados, C_d aumenta aproximando-se do valor predito em (20). Com Re mais altos do que os mostrados, C_d diminui abruptamente por causa do surgimento da turbulência.

Ache a força de arraste em um peixe, a energia requerida para este nadar com uma velocidade $u = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, i.e., quanto tempo o peixe conseguirá manter o movimento com 1 kg de glicose. Assumir:

- dimensão característica $d = 5 \text{ cm}$
- com propriedades de submarino (coeficiente de arraste) $C_d = 0.035$

Fórmulas

$$\tau_f = C_d \rho u^2$$

$$\text{Área perpendicular} = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi$$

$$\text{Força de arraste} = F_a = \tau_f \cdot \text{área}$$

$$\text{Potência requerida} = P = F_a u$$

$$\rho_{H_2O} = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$1 \text{ kg de glicose} = 15.7 \text{ MJ}$$

$$\text{Rendimento da glicose} = 30\%$$