2. Radiação de Corpo Negro

Define-se como corpo negro o meio ou substância que absorve toda a radiação incidente sobre ele, independentemente do comprimento de onda, direção de incidência ou estado de polarização[6]. Nenhuma parte da radiação incidente é refletida ou transmitida. Para entender o conceito, imagine um corpo isolado do seu meio externo, com paredes isolantes. Como não há trocas com o meio externo, dizemos que o corpo se encontra em equilíbrio termodinâmico, isto é, encontra-se em:

1) Equilíbrio térmico: Não há gradientes de temperatura. A temperatura do corpo é constante e homogênea.
2) Equilíbrio mecânico: Não há forças líquidas ou tensões, isto é, a pressão é constante em todas as partes do corpo.
3) Equilíbrio radiativo: O campo de radiação dentro do corpo é constante, isto é, o fluxo de radiação que entra no corpo é igual ao que sai.
4) Equilíbrio químico: As taxas de todas as reações químicas são balanceadas por suas reações inversas, tal que a composição química é a mesma em todo o corpo.

Suponha agora que esse corpo possui uma pequena abertura em sua parede. Toda a radiação incidente nesta abertura é absorvida, visto que a probabilidade de ser refletida dentro do corpo de forma a voltar pelo mesmo orifício é muito pequena. Por essa razão, a abertura é perfeitamente absorvedora ou "negra". A radiação que sai pela abertura alcançou equilíbrio térmico com o material que constitui o corpo. Essa radiação emitida pela abertura é denominada radiação de corpo negro e tem as seguintes características:

- é isotrópica
- não polarizada
- independe da constituição e da forma do corpo em questão
- depende apenas da temperatura do corpo e do comprimento de onda da radiação.

[6] Polarização: A radiação constitui uma grandeza vetorial, com quatro componentes. Apenas a radiância L está associada à transferência de energia através de um meio. Os demais componentes descrevem o estado de polarização do feixe de radiação. Uma onda eletromagnética é dita polarizada quando os vetores dos campos elétrico e magnético oscilarem no tempo de forma coerente, isto é, observando-se sua oscilação no tempo, o vetor percorre figuras geométricas bem definidas, como uma reta, um círculo ou uma elipse. Quando o vetor oscila sobre uma reta, diz-se que a onda é linearmente polarizada. Quando oscilar sobre um círculo diz-se que

2.1. Lei de Kirchhoff

Para manter o equilíbrio radiativo e térmico do corpo, a radiação absorvida por cada unidade de área do corpo deve ser igual à radiação que cada unidade emite em determinado comprimento de onda. Denotando-se por πB_λ o fluxo constante de radiação por unidade de área (irradiância), disponível dentro do corpo, tem-se:

$$\in_1(\lambda) = a_1(\lambda)\pi B_\lambda ; \in_2(\lambda) = a_2(\lambda)\pi B_\lambda ; ... ; \in_i(\lambda) = a_i(\lambda)\pi B_\lambda \qquad (2.1)$$

onde $\in_1(\lambda, \in_2(\lambda), ..., \in_i(\lambda)$ são as irradiâncias emitidas por cada porção das paredes do corpo e $a_1(\lambda), a_2(\lambda), ..., a_i(\lambda)$ são as absortâncias espectrais de tais porções a uma determinada temperatura de equilíbrio e comprimento de onda. Dessa forma,

$$\frac{\in_1(\lambda)}{a_1(\lambda)} = \frac{\in_2(\lambda)}{a_2(\lambda)} = ... = \frac{\in_i(\lambda)}{a_i(\lambda)} = \pi B_\lambda = \text{constante} \qquad (2.2)$$

Esta é uma forma da Lei de Kirchhoff que diz que a uma determinada temperatura e comprimento de onda, sob condições de equilíbrio termodinâmico, a razão entre o fluxo emitido por unidade de área e a absortância de qualquer corpo é constante. O valor máximo possível de $a(\lambda)$ é a unidade.

Por definição, um corpo negro é o que tem absortância unitária em todos os comprimentos de onda. Portanto, a constante πB_λ é a irradiância de um corpo negro a uma determinada temperatura e comprimento de onda. Um corpo negro também emite a quantidade máxima possível de radiação em qualquer temperatura e comprimento de onda e por isso diz-se que um corpo negro é um radiador e um absorvedor perfeito de radiação. A emissividade de um corpo é definida como a razão entre a irradiância emitida pelo corpo a uma dada temperatura e comprimento de onda e a irradiância de um corpo negro sob as mesmas condições:

$$\varepsilon_1(\lambda) = \frac{\in_1(\lambda)}{\pi B_\lambda}, \varepsilon_2(\lambda) = \frac{\in_2(\lambda)}{\pi B_\lambda}, ..., \varepsilon_i(\lambda) = \frac{\in_i(\lambda)}{\pi B_\lambda} \qquad (2.3)$$

ou, de (2.2), $$\varepsilon_1(\lambda) = a_1(\lambda), \varepsilon_2(\lambda) = a_2(\lambda), ..., \varepsilon_i(\lambda) = a_i(\lambda) \qquad (2.4)$$

onde $\varepsilon(\lambda)$ é a emissividade do corpo para o comprimento de onda considerado. Observe que as equações (2.2) a (2.4) valem para qualquer corpo em equilíbrio termodinâmico local e

---

a onda apresenta polarização circular esquerda ou direita, de acordo com o sentido de percurso do vetor sobre o círculo (anti-horário ou horário) [Nussenzveig, 1996]. A radiação solar é não polarizada.

representam igualdades espectrais, isto é, não é esperado que a absortância seja igual à emissividade de um corpo em comprimentos de onda distintos.

Finalmente, um corpo cinza é aquele para o qual a absorção e a emissão de radiação são iguais e menores que a unidade em todos os comprimentos de onda, portanto apresenta:

$$a(\lambda) = \varepsilon(\lambda) = const., \quad const. < 1 \qquad \text{para qualquer } \lambda$$

2.2. Lei de Planck

O modelo conceitual clássico para descrever a distribuição espectral de emissão de ondas eletromagnéticas se baseava na teoria de vibrações elásticas. Nesse modelo, as ondas estacionárias seriam geradas em um meio de comprimento finito como um resultado da interferência construtiva entre as ondas direta e refletida. Por exemplo, uma mola ou fio esticado. A vibração fundamental ocorreria em um comprimento de onda igual a duas vezes o comprimento do fio. As demais freqüências ou modos de vibração são 2, 3, 4,... vezes a fundamental, podendo tender ao infinito. Num sólido, a série termina quando o comprimento de onda atinge duas vezes a separação dos átomos. Entretanto, tal limite não se aplica à radiação, como se verificou posteriormente. Utilizando esse raciocínio derivou-se a lei de radiação de Rayleigh-Jeans, na qual a densidade de energia (energia por unidade de volume, por unidade de freqüência) seria dada por:

$$\frac{dU}{dVd\nu} = \frac{8\pi kT\nu^2}{c^3} \qquad (2.5)$$

onde k é a constante de Boltzman (= 1,3806 x 10^{-23} JK^{-1}), T é a temperatura em K e c é a velocidade da luz.

Entretanto, por essa lei, o aumento da freqüência implicaria em aumento da energia radiante até que $\lim \nu \rightarrow \infty \Rightarrow U \rightarrow \infty$!!!! Essa incoerência ficou conhecida como catástrofe do ultravioleta[7].

Para contornar esse problema, Planck postulou que a energia radiativa é emitida em pacotes finitos, ou quanta, e que a energia de um quantum é hν. Dessa forma, a radiância espectral emitida por um corpo negro é descrita matematicamente pela função de Planck:

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2\left[\exp(h\nu/kT)-1\right]} \quad [\mathrm{Wm^{-2}sr^{-1}Hz^{-1}}] \qquad (2.6)$$

onde h é a constante de Planck (= 6,626 x 10^{-34} Js). Essa função é limitada matematicamente em ambos os extremos:

- para hν/kT >> 1 $\Rightarrow B_\nu \cong \dfrac{2h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT}$, que é o limite de Wien, para altas energias.

- para hν/kT << 1 $\Rightarrow B_\nu \cong \dfrac{2\nu^2 kT}{c^2}$, que é o limite de Rayleigh-Jeans, útil na região espectral das microondas (λ > 1mm), e que está de acordo com o modelo clássico.

Em função do comprimento de onda λ, a função de Planck pode ser reescrita como:

$$B_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5\left[\exp(hc/\lambda kT)-1\right]} \quad [\mathrm{Wm^{-2}sr^{-1}\mu m^{-1}}] \qquad (2.7)$$

A Figura 2.1 ilustra gráficos da função de Planck obtida utilizando-se diferentes valores de temperatura. Note-se que a função tende a zero para valores baixos de comprimento de onda, contornando a limitação do modelo clássico proposto por Rayleigh-Jeans.

[7] No livro *The Feynman Lectures on Physics* volume I, de Feynman et al. [1977] há um comentário mostrando a incoerência da lei do quadrado da freqüência da equação 2.5. Ele diz que, ao abrir um forno, não vamos queimar nossos olhos com raios-X emitidos por ele!

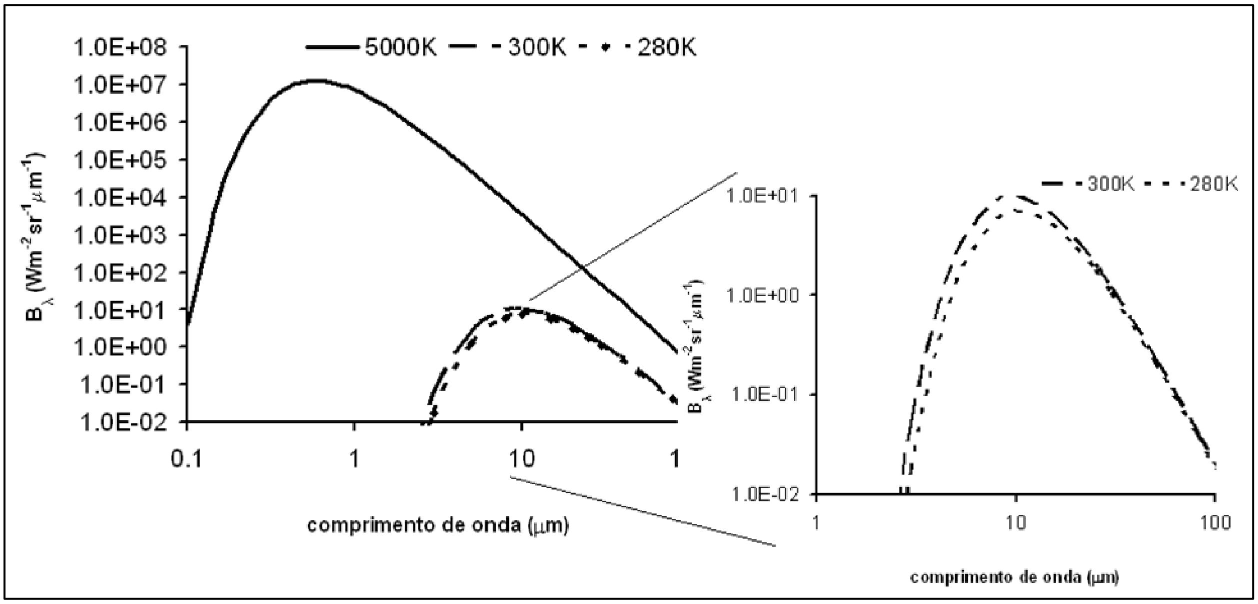

Figura 2.1 – Função de Plack calculada para diferentes valores de temperatura.

Exercício 2.1: Obtenha a expressão da radiância espectral de um corpo negro em função do número de onda.

2.3. Leis de Wien

Uma das propriedades da função de Planck é que o comprimento de onda referente ao seu ponto de máximo é inversamente proporcional à temperatura para a qual ela é calculada. Essa é a lei do deslocamento de Wien. Em outras palavras, o valor do comprimento de onda, para o qual a radiância emitida por um corpo negro é máxima, é inversamente proporcional à sua temperatura. Diferenciando a função de Planck com relação ao comprimento de onda e igualando a zero, obtém-se:

$$\lambda_m = \frac{2897}{T} \quad [\mu m] \quad (2.8)$$

Portanto, quanto maior a temperatura de um corpo, menor será o comprimento de onda para o qual o corpo emite radiação máxima. Dessa forma, qualquer corpo luminoso que se resfria progressivamente deixa de emitir luz visível (por exemplo, um arame incandescente).

Wien também chegou à conclusão de que a radiância máxima correspondente a λ_m deveria ser proporcional à quinta potência da temperatura do corpo:

$$B_\lambda(\lambda_m, T) = KT^5 \qquad (2.9)$$

Esta é a segunda lei de Wien, onde K é uma constante de proporcionalidade.

Exercício 2.2: Obtenha (2.8).

Exercício 2.3: Determine o valor de K de (2.9).

2.4. Lei de Stefan-Boltzmann

A radiância total emitida por um corpo negro pode ser obtida integrando-se a função de Planck em todo o domínio de comprimento de onda:

$$B(T) = \int_0^\infty B_\lambda(T)d\lambda = \int_0^\infty \frac{2hc^2}{\lambda^5[\exp(hc/\lambda kT) - 1]}d\lambda \qquad (2.10)$$

Com uma mudança de variável chega-se à integral:

$$B(T) = \frac{2(kT)^4}{h^3c^2}\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1}dx$$

O resultado da integral é $\pi^4/15$ e, portanto:

$$B(T) = \frac{2\pi^4 k^4}{15h^3c^2}T^4 \qquad (2.11)$$

Como a radiação emitida por um corpo negro é isotrópica, a irradiância por ele emitida será:

$$\in(T) = \pi B(T) = \sigma T^4 \qquad (2.12)$$

onde σ é a constante de Stefan-Boltzmann (= (5,6696 ± 0,0025) x 10^{-8} $Wm^{-2}K^{-4}$).

Portanto, para qualquer corpo:

$$\in(T) = \varepsilon\sigma T^4 \qquad (2.13)$$

Esta é a Lei de Stefan-Boltzmann.

Voltando à aplicação de interesse, até o presente, todas as leis físicas obtidas neste capítulo se basearam na existência de equilíbrio termodinâmico. A atmosfera obviamente não se encontra em tal equilíbrio, pois o campo de radiação não é constante e nem a sua temperatura é constante em todos os pontos!

2.5. Equilíbrio Termodinâmico Local

Como será visto em capítulo futuro, o processo de absorção de radiação causa uma mudança no estado de uma molécula ou átomo, passando do estado fundamental a um estado denominado excitado (mais energético). No caso da atmosfera, para que ela seja considerada em equilíbrio termodinâmico, é necessário que as moléculas possam trocar energia com seus vizinhos por um número suficiente de colisões para alcançar o equilíbrio térmico durante a vida média do estado excitado responsável pela emissão. Em outras palavras, após a absorção de radiação, se o tempo necessário para transferir energia entre as moléculas for menor que o tempo para a ocorrência de emissão de radiação, pode-se dizer que o sistema se encontra em equilíbrio termodinâmico local. Com o aumento da altitude, a taxa de colisões moleculares diminui, pois a densidade e a temperatura do ar diminuem, ao passo que o tempo característico do processo de emissão permanece o mesmo. Por este motivo, a lei de Kirchhoff só é válida para altitudes menores que aproximadamente 40 km.

Exercício 2.4: Uma superfície plana está sujeita à radiação solar a pino. A absortância dessa superfície é igual a 0,1 para radiação solar e 0,8 para radiação terrestre, onde ocorre a maior parte da emissão de radiação por essa superfície. Calcule a temperatura de equilíbrio radiativo da superfície, desprezando o efeito da atmosfera e considerando que a irradiância solar com o sol a pino é igual a 1367 Wm^{-2}.

Exercício 2.5: Calcular a radiância monocromática de um corpo negro à temperatura de 300 K para o comprimento de onda de 15μm.

Exercício 2.6: Uma superfície emite irradiância igual a 459,5 Wm^{-2}. Determine a temperatura da superfície considerando as seguintes emissividades: a) 1,0; b) 0,9; c) 0,8.

Exercício 2.7: Para uma superfície que irradia como um corpo negro à temperatura de 1000K, calcule o espectro de radiância no intervalo espectral de 2×10^{-6} a 12×10^{-6} m (considere pelo menos 6 valores de comprimento de onda nesse intervalo). Apresente o resultado em um gráfico de radiância por comprimento de onda.

Exercício 2.8: Para uma superfície que irradia como um corpo negro à temperatura de 1000K, determine o comprimento de onda de emissão máxima. Se a temperatura fosse igual a 500K, em que comprimento de onda seria a emissão máxima? E se fosse 300K?